

מרצה: דר' ארז שיינר משך המבחן: שלוש שעות חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד
 משקל כל שאלה: 20 נק' ענו על כל השאלות כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^2}{(n^2)!} \quad \text{ג.} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^8 - 1}{x - 1} \quad \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(e^{-x} - 1))}{x e^{-x}} \quad \text{א.}$$

2.

א. חשבו את $\int \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx$.

ב. קבעו אם האינטגרל הבא מתכנס או לא $\int_1^{\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right) dx$.

3. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $\ln(x^2 + 1) = x$, הוכיחו תשובתכם.

4. תהי פונקציה f המקיימת $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1$.

לכל אחד מן הגבולות הבאים, חשבו אותו או תנו שתי דוגמאות שונות ל $f(x)$ עם תוצאה שונה של הגבול.

א. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - x$

ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{f(x)} - x$

ג. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{f(x)} - \sqrt{x}$

5. יהי קבוע $0 < \alpha < 1$ ותהי סדרה המקיימת $a_{n+1} = a_n + \alpha(1 - a_n)$ לכל $n \in \mathbb{N}$, וכן $a_1 = 0$.

חשבו את גבול הסדרה, והוכיחו תשובתכם.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \frac{\sum_{k=1}^n k \sin\left(\frac{2k}{n}\right)}{n^2}$$

ב. חשבו את פולינום טיילור מסדר 4 סביב אפס של הפונקציה $f(x) = \int_0^x \left(\int_0^t e^{(u^2)} du\right) dt$,

הציגו קירוב ל $f(1)$ באמצעותו.