

הגדרה

מ"ט עם גישה אורקל היא מכונת טיורינג עם סרט נוסף, הנקרא סרט אורקל.
תהי $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ מ"ט עם גישה אורקל ל f היא מכונה שיכולה לכתוב על סרט האורקל שלה מחרוזת z ולקבל כל סרט האורקל את הערך של $f(z)$. פעולה זו נקראת שאילתא והיא פעולה אטומית (מתבצעת תוך צעד 1)

סימון: M^f

עבור שפה A , מ"ט עם גישה אורקל ל A היא מכונה שיכולה לכתוב על סרט האורקל שלה מחרוזת a ולקבל תוך צעד אחד תשובה האם $a \in A$ או לא.

סימון: M^A

הגדרה

עבור שפה A , P^A היא מחלקת הסיבוכיות של כל השפות שאפשר להכריע ע"י מ"ט פולינומית דטרמיניסטית עם גישה אורקל ל A .

תרגיל 1

הראו שלכל שפה L , $L \in P^{\bar{L}}$.

פתרון

תהי L שפה. נראה שקיימת מ"ט פולינומית דטרמיניסטית $M^{\bar{L}}$ שמכריעה את L . בהנתן קלט x , $M^{\bar{L}}$ תעשה שאילתא לאורקל שלה (\bar{L}) על x , ותחזיר את התשובה ההפוכה מהתשובה לאורקל.

תרגיל 2

הראו שלכל L , $P^L = P^{\bar{L}}$.

פתרון

נוכיח $P^L \subseteq P^{\bar{L}}$ (הכיוון השני סימטרי). תהי $A \in P^L$, נוכיח ש $A \in P^{\bar{L}}$:
 $A \in P^L \iff$ מ"ט פולינומית דטרמיניסטית M^L המכריעה את A . נבנה מ"ט פולינומית דטרמיניסטית $M^{\bar{L}}$ המכריעה את A . $M^{\bar{L}}$ עובדת בדיוק כמו M^L מלבד בשאילתות לאורקל. כל פעם ש M^L עושה שאילתא ל L על z , $M^{\bar{L}}$ תעשה שאילתא ל \bar{L} ותשתמש בתשובה ההפוכה.

תרגיל

$MAX - Clique = \{(G, k) | \text{the maximal Clique in } G \text{ has exactly } k \text{ nodes}\}$

הוכיחו: $MAX - Clique \in P^{Clique}$

פתרון

נבנה מ"ט פולינומית דטרמיניסטית M^{Clique} המכריעה את $MAX - Clique$. בהינתן קלט (G, k) , M^{Clique} תעבוד באופן הבא:

1. אם $(G, k) \notin Clique$ החזר 0 וסיים.

2. אם $(G, k + 1) \notin Clique$ החזר 1.

3. אחרת, החזר 0.

הגדרה

תהי C מחלקת סיבוכיות.

$$P^C := \bigcup_{L \in C} P^L$$

תרגיל

נגדיר את השפה:

$$Unique - Clique = \{(G, k) \mid \text{There exists in } G \text{ exactly one } k \text{ sized Clique}\}$$

הראו: $Unique - Clique \in P^{NP}$

פתרון

נגדיר:

$$2Clique = \{(G, k) \mid \text{There exist in } G \text{ at least 2 } k\text{-sized Cliques}\}$$

צ"ל: $2Clique \in NP$

נבנה מ"ט פולינומית דטרמיניסטית $M^{2Clique}$ שתכריע את $Unique - Clique$: בהינתן קלט (G, k) :

1. אם $(G, k) \in 2Clique$, החזר 0 וסיים.

2. ניצור G' מ G ע"י הוספת קליק יחיד בגודל k . אם $(G', k) \in 2Clique$ החזר 1, אחרת החזר 0.

תרגיל

הוכיחו: $P^{NP} = P^{CONP}$.

פתרון

נובע מ $P^L = P^{\bar{L}}$

תרגיל

הוכיחו: $P^{NP} = P^{SAT}$.

פתרון

$$SAT \in P^{SAT} \subseteq \bigcup_{L \in NP} P^L = P^{NP} \quad \supseteq$$

...

\subseteq