

בוּחַן בדידה קיץ תשפ

חלק א

- שאלה ראשונה: נתון $a = 5$ ו $b \in \mathbb{R}$ ו $0 < b$. נגדיר יחס שקילות R על $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ על ידי הכלל: $(x_1, y_1) R (x_2, y_2)$ אם

$$(x_1 - a)(x_2 - a) > 0 \text{ וגם } (y_1 - b)(y_2 - b) > 0$$

או

$$(x_1 - a)(y_2 - b) = 0 \text{ וגם } (x_2 - a)(y_1 - b) = 0$$

אין צורך להוכיח כי R יחס שקילות. כמו כן, נתון כי שתי הנקודות הבאות נמצאות במחלקות שקילות שונות.

$$(6, 13), (7, 0)$$

- מצאו נקודה $(x, y) \in [(0, 0)]_R$ כך ש $(x, y) \neq (0, 0)$.
- כתבו את את כל מחלקות השקילות השונות בעזרת נציגים. כלומר משהו בצורה $\{[(c_1, d_1)]_R, [(c_2, d_2)]_R, \dots\}$ (כאשר עליכם למצוא את $(c_1, d_1), (c_2, d_2), \dots$ וכאשר כל המחלקות בקבוצה שונות זו מזו).

- שאלה שנייה: קבעו והוכיחו לכל אחד מהפסוקים הבאים האם הוא בעל ערך True או False

$$1. \forall y \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{R} : (x^2 + 6x + 5 > y)$$

$$2. \forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R} : (x_1^2 + 6x_1 + 5 = x_2^2 - 12x_2 + 42)$$

$$3. \forall x_1 \in \mathbb{R} \forall x_2 \in \mathbb{R} : (x_1 \neq x_2) \rightarrow (x_1^2 + 6x_1 + 5 \neq x_2^2 - 12x_2 + 42)$$

חלק ב

- שאלה שלישית: יהא R יחס על קבוצה A ויהי יחס ההרכבה

$$R \circ R = \{(a, b) \mid \exists c : (aRc) \wedge (cRb)\}$$

הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

- אם R יחס סימטרי אז גם $(A \times A) \setminus R$ יחס סימטרי.
 - אם R יחס אנטי-סימטרי אז גם $(A \times A) \setminus R$ יחס אנטי-סימטרי.
 - אם R יחס סימטרי אז גם $R \circ R$ יחס סימטרי.
 - אם R יחס אנטי-סימטרי אז גם $R \circ R$ יחס אנטי-סימטרי.
- במידה ותבחרו להגיש את השאלה השלישית לבדיקה, ייתכן שתזמנו לשיחת זום קצרה על המבחן (כתבו במקרה זה "עניתי על השאלה השלישית").
- במידה ותבחרו לא להגיש את השאלה השלישית לבדיקה, תקבלו עליה 15 נקודות אוטומטית. (כתבו במקרה זה "לא עניתי על השאלה השלישית").