

האמת של הטענה המורכבת  $[(A \cdot X) \cdot (Y \vee \sim B)] \sim$  כך: הואיל ו- $X$  שקרית, הקונדיציונציה  $A \cdot X$  היא שקרית, ולכן השלילה שלה  $\sim(A \cdot X)$  אמיתית.  $B$  היא אמיתית; לכן שלילתה,  $\sim B$ , היא שקרית, והואיל ו- $Y$  שקרית גם היא, הדיסיונציה של  $Y$  עם  $\sim B$ , כלומר  $Y \vee \sim B$ , היא שקרית. הביטוי שבסוגריים המרובעים  $[(A \cdot X) \cdot (Y \vee \sim B)]$  הוא קונדיציונציה של טענה אמיתית עם טענה שקרית, ולפיכך היא שקרית. לכן שלילתה, שהיא הביטוי בשלמותו, היא אמיתית. הליך רב-שלבי כזה מאפשר לנו המיד לקבוע את ערך האמת של טענה מורכבת לפי ערכי האמת של רכיביה.

תרגילים

- I. איזו מן הטענות הללו היא אמיתית?
- \* 1. ושינגטון נרצח • לינקולן נרצח
2.  $\sim$ (לינקולן נרצח  $\vee$  ושינגטון נרצח)
3.  $\sim$  לינקולן נרצח  $\vee$   $\sim$  ושינגטון נרצח
4.  $\sim$ (לינקולן נרצח • ושינגטון נרצח)
- \* 5.  $\sim$ לינקולן נרצח •  $\sim$  ושינגטון נרצח
6. ושינגטון נרצח  $\vee$   $\sim$  ושינגטון נרצח
7. לינקולן נרצח •  $\sim$ לינקולן נרצח
8. (ושינגטון נרצח • לינקולן נרצח)  $\vee$  ( $\sim$ ושינגטון נרצח •  $\sim$ לינקולן נרצח)
9. (ושינגטון נרצח  $\vee$  לינקולן נרצח) • (ושינגטון נרצח •  $\sim$ לינקולן נרצח)
- \* 10. לינקולן נרצח  $\vee$  ( $\sim$ ושינגטון נרצח • לינקולן נרצח)
11. ושינגטון נרצח  $\vee$  ( $\sim$ ושינגטון נרצח  $\vee$  לינקולן נרצח)
12.  $\sim$ (ושינגטון נרצח • לינקולן נרצח)
13.  $\sim$ ( $\sim$ לינקולן נרצח  $\vee$  ושינגטון נרצח)  $\vee$  ( $\sim$ ושינגטון נרצח • לינקולן נרצח)
14.  $\sim$ ( $\sim$ ושינגטון נרצח • לינקולן נרצח) • ( $\sim$ לינקולן נרצח • לינקולן נרצח)

- \* 15.  $\sim$ (ושינגטון נרצח  $\vee$  לינקולן נרצח)  $\vee$  ( $\sim$ ושינגטון נרצח •  $\sim$ לינקולן נרצח)
16. ושינגטון נרצח  $\vee$  ( $\sim$ לינקולן נרצח  $\vee$  ניו יורק היא העיר הגדולה ביותר באמריקה)
17. לינקולן נרצח •  $\sim$ (לינקולן נרצח • ניו יורק היא העיר הגדולה ביותר באמריקה)
18. (ושינגטון נרצח  $\vee$  לינקולן נרצח)  $\vee$  ( $\sim$ ושינגטון נרצח •  $\sim$ ניו יורק היא העיר הגדולה ביותר באמריקה)
19.  $\sim$ ( $\sim$ לינקולן נרצח • ניו יורק היא העיר הגדולה ביותר באמריקה)  $\vee$  ( $\sim$ ושינגטון נרצח  $\vee$  ניו יורק היא העיר הגדולה ביותר באמריקה)
20.  $\sim$ ( $\sim$ לינקולן נרצח  $\vee$  ניו יורק היא העיר הגדולה ביותר באמריקה) • ( $\sim$ ניו יורק היא העיר הגדולה ביותר באמריקה  $\vee$  שיקגו היא העיר הגדולה ביותר באמריקה)

II. אם  $A, B, C$  הן טענות אמיתיות, ואילו  $X, Y, Z$  הן טענות שקריות, איזו מן הטענות הבאות אמיתית?

- \* 1.  $(C \vee Z) \cdot (Y \vee B)$
2.  $(A \cdot B) \vee (X \cdot Y)$
3.  $\sim(B \vee X) \cdot \sim(Y \vee Z)$
4.  $\sim(C \vee B) \vee \sim(\sim X \cdot Y)$
5.  $\sim B \vee C$
6.  $\sim B \vee X$
7.  $\sim X \vee A$
- \* 8.  $\sim X \vee Y$
9.  $\sim[(\sim B \vee A) \vee (\sim A \vee B)]$
- \* 10.  $\sim[(\sim Y \vee Z) \vee (\sim Z \vee Y)]$
11.  $\sim[(\sim C \vee Y) \vee (\sim Y \vee C)]$
12.  $\sim[(\sim X \vee A) \vee (\sim A \vee X)]$
13.  $\sim[A \vee (B \vee C)] \vee [(A \vee B) \vee C]$
14.  $\sim[X \vee (Y \vee Z)] \vee [(X \vee Y) \vee Z]$
- \* 15.  $[A \cdot (B \vee C)] \cdot \sim[(A \cdot B) \vee (A \cdot C)]$
16.  $\sim[X \cdot (\sim A \vee Z)] \vee [(X \cdot \sim A) \vee (X \cdot Z)]$
17.  $\sim\{[(\sim A \vee B) \cdot (\sim B \vee A)] \cdot \sim[(A \cdot B) \vee (\sim A \cdot \sim B)]\}$
18.  $\sim\{[(\sim C \vee Z) \cdot (\sim Z \vee C)] \cdot \sim[(C \cdot Z) \vee (\sim C \cdot \sim Z)]\}$
19.  $[A \vee (B \cdot C)] \cdot \sim[(A \cdot B) \vee (A \cdot C)]$
20.  $[B \vee (\sim X \cdot \sim A)] \cdot \sim[(B \vee \sim X) \cdot (B \vee \sim A)]$

III. בהשתמשך באותיות A, B, C, D, כדי לסמן בקיצור את הטענות הפשוטות: "ארגנטינה מגייסת", "ברזיל מכריזה אמברגו", "קובה ממשיכה לשלוח נשק לדרום-אמריקה" ו"הרפובליקה הדומיניקנית פונה לאום" — סמל את הטענות הללו:

- \* 1. ארגנטינה מגייסת ואו שברזיל מכריזה אמברגו או שקובה ממשיכה לשלוח נשק לדרום-אמריקה.
2. או שארגנטינה מגייסת או שברזיל מכריזה אמברגו או שקובה ממשיכה לשלוח נשק לדרום-אמריקה.
3. ארגנטינה איננה מגייסת אולם ברזיל מכריזה אמברגו.
4. או שארגנטינה מגייסת או שברזיל איננה מכריזה אמברגו.
- \* 5. אין זה נכון שגם ארגנטינה מגייסת וגם ברזיל מכריזה אמברגו.
6. אין זה נכון שאו שארגנטינה מגייסת או שברזיל איננה מכריזה אמברגו.
7. או שארגנטינה מגייסת או שברזיל מכריזה אמברגו או שאין זה המקרה שגם קובה ממשיכה לשלוח נשק לדרום-אמריקה וגם הרפובליקה הדומיניקנית פונה לאום.
8. או שברזיל מכריזה אמברגו והרפובליקה הדומיניקנית פונה לאום או שקובה ממשיכה לשלוח נשק לדרום-אמריקה או שארגנטינה מגייסת.
9. ארגנטינה מגייסת ואו שברזיל מכריזה אמברגו או שגם קובה ממשיכה לשלוח נשק לדרום-אמריקה וגם הרפובליקה הדומיניקנית פונה לאום.
10. או שקובה איננה ממשיכה לשלוח נשק לדרום-אמריקה או שהרפובליקה הדומיניקנית איננה פונה לאום, ואין ארגנטינה מגייסת וגם אין ברזיל מכריזה אמברגו.
11. ארגנטינה מגייסת וברזיל מכריזה אמברגו, והרפובליקה הדומיניקנית פונה לאום.
12. ארגנטינה מגייסת; וברזיל מכריזה אמברגו והרפובליקה הדומיניקנית פונה לאום.

### III. טענות-תנאי ואימפליקציה מטריאלית

כאשר שתי טענות מהוברות ע"י הצבת המלה "אם" לפני הראשונה והמלה "הרי" או "אז" ביניהן, הטענה המורכבת היא "טענת-תנאי" (נקראת גם היפותטית או אימפליקציה). בטענות-תנאי, הרכיב שבין "אם" לבין "הרי" נקרא הרישא (או האימפליקנט, או — נדיר — הפרוטסיס), והרכיב שבעקרו בות המלה "הרי" נקרא הסיפא (או האימפליקט, או — נדיר — הצפודוסיס). למשל, הטענה "אם מר ג'ונס הוא שכנו הקרוב ביותר של הבלמן, הרי שמר ג'ונס משתכר בדיוק פי-שלושה מהבלמן" היא טענת-תנאי שבה "מר ג'ונס הוא שכנו הקרוב ביותר של הבלמן" היא הרישא, ו"מר ג'ונס משתכר בדיוק פי-שלושה מהבלמן" היא הסיפא.

טענת-תנאי טוענת שהרישא שלה גוררת אחריה את הסיפא. אין היא טור ענת שהרישא שלה אמיתית, אלא רק שאם הרישא שלה אמיתית, הסיפא שלה אמיתית גם היא. אין היא טוענת שהסיפא שלה אמיתית אלא רק שהסיפא שלה אמיתית אם הרישא שלה אמיתית. משמעותה העיקרית של טענת-תנאי היא יחס האימפליקציה. הנטען כקיים בין הרישא והסיפא שלה, לפי סדר זה. כדי להבין משמעותה של טענת-תנאי, אנו חייבים אפוא להבין אימפליקציה מהי.

מתעוררת האפשרות שאולי לביטוי "אימפליקציה" יותר ממשמעות אחת. מצאנו הכרח להבחין בין מובנים שונים של המלה "או" לפני שהכנסנו סמל לוגי מיוחד שיהלום בדיוק משמעות אחת ויחידה של מלה זו. אלמלא נהגנו כך, רבי-המשמעות של השפה העברית היתה מידבקת בסמליות הלוגית שלנו ומונעת בעדה מלהשיג את הבהירות והדיוק שנתכוננו להם. באותה מידה יהא זה חשוב להבחין בין המובנים השונים של "גורר" או "אם — הרי" לפני שנכניס סמל לוגי מיוחד בקשר לכך.

הבה נתחיל במניית מספר פסיקית-תנאי שונים, אשר כל אחד מהם נראה כטוען סוג שונה של אימפליקציה, ואשר לכל אחד מהם מתאים מובן שונה של "אם — הרי".

- א. אם כל בני-האדם הם בני-תמותה ואם סוקרטס הוא אדם, הרי שסוקרטס בן-תמותה.
- ב. אם שחורי הוא רוק, הרי ששחורי הוא לא-יבשוי.
- ג. אם נייר-לקמוס כחול יוטבל בחומצה, הרי ששני נייר-הלקמוס יהפוך אדום.
- ד. אם האוניברסיטה תפסיד במשחק זה, אזי אוכל את בובעי.

אפילו בדיקה שטחית של ארבעה פסוקי-תנאי אלה מגלה כי הם מסוגים שונים לחלוטין. הסיפא של א נובעת באופן לוגי מתוך הרישא שלה, ואילו הסיפא של ב נובעת מן הרישא שלה מתוך עצם הגדרתו של המונח "רווק", שפירושו אדם לא-נשוי. הסיפא של ג איננה נובעת מן הרישא שלה — לא לפי ההיגיון ולא לפי הגדרת מונחיה; הקשר חייב להתגלות בדרך צמפירית. שכן האימפליקציה שנוסחה כאן היא סיבתית. לבסוף, הסיפא של ד איננה נובעת מן הרישא שלה — לא לפי ההיגיון או ההגדרה, ולא לפי איזה שהוא חוק סיבתי המעורב בכך — במובן המקובל של המונח. רוב החוקים הסיבתיים, אלה שנתגלו בפיסיקה ובכימיה, למשל, מתארים את המתרחש בעולם בלי קשר לתקוות האנשים או תשוקותיהם. כמובן ששום חוק כזה איננו קשור בטענה ד. פסוק זה מודיע על ההלכתו של המדבר להתנהג בצורה מסוימת בניסבות מסוימות.

ארבעת פסוקי התנאי שנבדקו בסעיף הקודם שונים זה מזה בכך, שכל אחד מהם טוען סוג שונה של אימפליקציה בין הרישא והסיפא שלו. אולם אין הם שונים לחלוטין; כולם טוענים סוגים של אימפליקציה. האם קיימת איזו משמעות משותפת בתוניהם, משמעות חלקית המשותפת לסוגי אימפליקציה אלה, שלכל הדעות הם שונים זה מזה — אם כי אולי לא המשמעות המלאה או השלמה של כל אחד מהם?

החיפוש אחר משמעות חלקית משותפת לובש חשיבות נוספת בזוכרנו את ההליך שנקטנו בו ביצירת ייצוג סמלי למלה "או". במקרה זה התקדמנו כך: ראשית — הדגשנו את ההבדל בין שני מובנים של אותה מלה, בהעמיתנו דנו דיסיונקציה לא-מוציאה כנגד דיסיונקציה מוציאה. הדיסיונקציה הלא-מוציאה של שתי טענות נחשבה כאומרת שלפחות אחת מן הטענות אמיתית, והדיסיונקציה המוציאה של שתי טענות נחשבה כאומרת שלפחות אחת מהן אמיתית, אך לא שתיהן. שנית — הבחנו כי לשני סוגי דיסיונקציה אלה יש משמעות חלקית משותפת. משמעות חלקית משותפת זו, שלפחות אחד הדיסיונקטים הוא אמיתי, נחשבה כמלוא משמעותו של ה"או" החלש, הלא-מוציא, וחלק ממשמעותו של ה"או" החזק, המוציא. או הכנסנו את הסמל המיוחד 'v' כדי לייצג משמעות חלקית משותפת זו (שהיתה כל המשמעות של "או" במובנו הלא-מוציא). שלישית — שמנו לב כי הסמל המייצג את המשמעות החלקית המשותפת היה תרגום הולם של שני מובני המלה "או" למען שמור את ההיקש הדיסיונקטיבי כצורה תקפה של ארגומנט. הסכמנו כי תרגומו של "או" מוציא לסמל 'v' התעלם מחלק של משמעות המלה ואיבדו. אולם אותו חלק ממשמעותה שנשמר בתרגום זה הוא כל הנדרש,

כדי שההיקש הדיסיונקטיבי יישאר צורה תקפה של ארגומנט. הואיל והיקש דיסיונקטיבי הוא טיפוסי לארגומנטים המכילים דיסיונקציה, שבהם אנו מתעניינים עתה, הרי שתרגום חלקי זה של המלה "או", העלול להפשיט את משמעותה ה"מלאה" או ה"שלמה" במקרים אחדים, הולם כליל למטרותינו הנוכחיות.

עתה חפצים אנו לנקוט באותם המהלכים שוב, והפעם בקשר לביטוי "אם — הרי". החלק הראשון כבר הושג: כבר הדגמנו את ההבדלים בין ארבעה מובנים של הביטוי "אם — הרי", המקבילים לארבעה סוגים שונים של אימפליקציה. עתה נכונינו אנו לשלב השני, והוא לגלות מובן שהינו לפחות חלק ממשמעותם של כל ארבעת הסוגים השונים של האימפליקציה. דרך אחת לגשת לבעיה זו, היא לשאול אילו נסיבות יספיקו כדי לבסס את שקריותה של טענת-תנאי נתונה. הבה נתבונן בדוגמה אחרת. באילו נסיבות נהא חייבים להסכים כי טענת-תנאי:

אם נייר-לקמוס כחול יוטבל בתמיסה זו, הרי שעיין נייר-הלקמוס יהפוך אדום.

היא שקרית? ישנו, כמובן, דרכים רבות לחקור אמיתותה של טענה כזו, ולא כולן כרוכות בטבילה ממשית של נייר-הלקמוס הכחול בתמיסה. אפשר להשתמש באינדקטור כימי אחר, ואם הוא יראה שהתמיסה היא חומצה, הדבר יאשר את טענת-תנאי הנתונה כאמיתית. שכן יודעים אנו כי נייר-לקמוס כחול הופך תמיד עיניו לאדום בחומצה. מצד שני, אם הראה האינדיקטור הכימי כי התמיסה אלקלית, יתא הדבר נוטה להראות כי טענת-תנאי הנתונה היתה שקרית. חשוב להבין כי טענת-תנאי זו איננה טוענת כי נייר-לקמוס כחול כלשהו מוטבל למעשה בתמיסה, או כי נייר-לקמוס כלשהו למעשה הופך עיניו לאדום. היא רק טוענת שאם נייר-לקמוס כחול מוטבל בתמיסה, הרי שנייר-הלקמוס יהפוך עיניו לאדום. היא מוכחת כשקרית במקרה שנייר-לקמוס מוטבל למעשה בתמיסה ואיננו הופך עיניו לאדום. אפשר להפעיל את "מבחן החומצה" לשקריותה של טענת-תנאי רק כאשר הרישא שלה אמיתית, שכן אם הסיפא שלה שקרית בעוד הרישא שלה אמיתית, טענת-תנאי עצמה מוכחת בזה כשקרית.

כל טענת-תנאי "אם p הרי q" ידועה כשקרית במקרה שהקוגיונקציה  $p \sim q$  ידועה כאמיתית, דהיינו במקרה שהרישא שלה היא אמיתית והסיפא שלה שקרית. מכאן, שכדי שטענת-תנאי תהיה אמיתית, הקוגיונקציה שהצד בענו עליה חייבת להיות שקרית, כלומר השלילה שלה  $(p \sim q) \sim$  חייבת

להיות אמיתית. במלים אחרות, כדי שטענת-תנאי כלשהי "אם p הרי q" תהא אמיתית,  $(p \cdot \sim q) \sim$  שלילת הקונדיקציה של הרישא שלה עם השלילה של הסיפא שלה, חייבת גם היא להיות אמיתית. נוכל איפוא לחשוב את  $(p \cdot \sim q) \sim$  כחלק ממשמעותה של "אם p הרי q".

כל טענת-תנאי משמעה להכחיש שהרישא שלה אמיתית והסיפא שלה שקרית. אולם לא מן ההכרח שתהא זו כל המשמעות שלה. פסוק-תנאי, כגון פסוק א מארבע הדוגמאות הקודמות, גם טוען קשר לוגי בין הרישא והסיפא שלו. פסוק ב כגון ג טוען קשר הגדרתי, פסוק כגון ז — קשר סיבתי, ופסוק כגון ד — קשר החלטתי. אולם יהא סוג האימפליקציה הנטענת בפסוק-תנאי אשר יהא. חלק ממשמעותו הוא שלילת הקונדיקציה של הרישא שלו עם שלילת הסיפא שלו.

אנו מכניסים עתה סמל מיוחד כדי לייצג את המשמעות החלקית המפורשת הזאת של הביטוי "אם — הרי". אנו מגדירים את הסמל החדש  $\supset$  (המכונה פרפח), בקבלנו את  $p \supset q$  כקיצורו של  $(p \cdot \sim q) \sim$ . על הוראתו המדויקת של הסמל  $\supset$  אפשר להצביע באמצעות לוח אמת:

p	q	$\sim q$	$p \cdot \sim q$	$\sim(p \cdot \sim q)$	$p \supset q$
א	א	ש	ש	א	א
א	ש	א	א	ש	ש
ש	א	ש	ש	א	א
ש	ש	א	ש	א	א

כאן שתי העמודות הראשונות משמאל הן העמודות המנוחות, השלישית מתמלאת על-סמך השנייה, הרביעית על-סמך הראשונה והשלישית, החמישית על-סמך הרביעית, והשישית הנה בדיוק לחמישית — לפי ההגדרה.

אין לראות את הסמל  $\supset$  כמציין את המשמעות בהא הידיעה של "אם — הרי", או כמייצג את היחס בהא הידיעה של האימפליקציה. דבר זה לא יהא אפשרי, שכן אין משמעות אחת ויחידה ל"אם — הרי"; ישנן משמעויות אחדות. אין יחס אחד ויחיד של אימפליקציה שניתן לייצגו כך; ישנם יחסי אימפליקציה אחדים ושונים זה מזה. וגם אין לראות את הסמל  $\supset$  כמייצג איך-שהוא את כל המשמעויות של "אם — הרי", אלה שונות כולן זו מזו, וכל ניסיון לקצר את כולן יחד בעזרת סמל לוגי אחד ויחיד יעשה סמל זה לרבי-משמעי מאוד — ממש כמו הביטוי "אם — הרי" בעברית, או המלה "אימפליקציה". הסמל  $\supset$  הוא חד-משמעי לחלוטין. מה שהנוסחה  $p \supset q$  מסמלת בקיצור הוא  $(p \cdot \sim q) \sim$ , שמשמעותו: נכללת במשמעותו

של כל אחד מן הסוגים השונים של האימפליקציה שנסקרו, אולם שאיננו מהווה את משמעותו השלמה של שום סוג מאלה.

נוכל לראות את הסמל  $\supset$  כמייצג סוג אחר של אימפליקציה, ויהא זה רצוי לעשות כן, משום שנוה לקרוא את הנוסחה  $p \supset q$  כ"אם p או q" או "p גורר את q". אולם אין זה אותו סוג של אימפליקציה מכל אלה שהוזכרו לפני-כן. הלוגיקנים מכנים אותה אימפליקציה מטריאלית, ובמתן שם מיוחד לה הם מסכימים כי היא מושג מיוחד, שאין לבלבלו עם הסוגים האחרים, הרגילים יותר, של האימפליקציה.

אין זה הכרחי שכל פסוקי התנאי בעברית יטענו אחד מארבעת סוגי האימפליקציה שנסקרו קודם. אימפליקציה מטריאלית מהווה סוג חמישי העשוי להיות נטען בשיחה רגילה. התבונן בהערה זו: "אם נאצר היה גאון צבאי, הרי שאני צוללת". ברור בהחלט שאין היא טוענת שום אימפליקציה לוגית, הגדרתית, או סיבתית. צריך גם להיות ברור שאין היא יכולה לייצג אימפליקציה החלטתית, שכן אין זה בגדר כוחו של המדבר לעשות את הסיפא לאמיתית. אין כאן שום "קשר ממשי" — לוגי, הגדרתי, או סיבתי — בין הרישא והסיפא. פסוק תנאי מסיג זה משמש תדיר בדרך מדגישה או מבדחת כדי להכחיש את הרישא. הסיפא של פסוק התנאי היא בדרך-כלל טענה אשר באופן ברור או מגוחך הינה שקרית. והואיל ובשום טענת-תנאי אמיתית לא יוכלו להיות רישא אמיתית עם סיפא שקרית, הרי שלטעון טענת-תנאי כזו מסתכם בהכחשת אמיתותה של הרישא. נראה כי המשמעות המלאה של טענת-תנאי הזאת היא ההכחשה. שהטענה "נאצר היה גאון צבאי" הינה אמיתית כאשר הטענה "אני צוללת" הינה שקרית. והואיל והאחרונה שקרית באופן כה ברור, חייבים לפרש את טענת-תנאי במכחישה את הראשונה.

שום "קשר ממשי" בין הרישא והסיפא איננו נרמז באימפליקציה מטריאלית, כל אשר נטען הוא, שכעובדה אין זה נכון שהרישא אמיתית כאשר הסיפא שקרית. יש לשים לב כי סמל האימפליקציה המטריאלית הוא קשר-אמת, ממש כמו סמלי הקונדיקציה והדיסיונקציה. כיוון שכך, הוא מוגדר על-סמך לוח אמת:

p	q	$p \supset q$
א	א	א
א	ש	ש
ש	א	א
ש	ש	א

עזה מציעים אנו לתרגם כל מופע של הביטוי "אם — הרי" לסמלנו הלוגי 'C'. הצעה זו פירושה שבתרגום טענות-תנאי לשפת הסמלים שלנו אנו מטפלים בכולן כאימפליקציות מטריאליות בלבד. מובן כי הרבה, אם לא רובם של פסוקי התנאי, טוענים יותר מאשר שאימפליקציה מטריאלית בלבד קיימת בין הרישא והסיפא שלהם. לפיכך, הננו מגיעים עד כדי להציע שאנו מתעל-מים, או משליכים הצידה, או "מפשיטים" חלק ממשמעותו של פסוק התנאי כשאנו מתרגמים אותו לשפת-הסמלים שלנו. כיצד ניתן להצדיק הצעה זו? ההצעה הקודמת, לתרגם הן דיסיונקציות לאימוציאות והן דיסיונקציות מוציאות באמצעות הסמל 'v' הוצדקה בכך שתקפותו של ההיקש הדיסיו-נקטיבי נשמרה אף כאשר התעלמנו מן המשמעות הנוספת המוצמדת ל"או" המוציא. הצעתנו הנוכחית, לתרגם כל טענת-תנאי לאימפליקציה מטריאלית בלבד המסומלת בסימן 'C', תוצדק באותה דרך בדיוק. ארגומנטים רבים מכילים טענות-תנאי מסוגים רבים ושונים, אולם תקפותם של כל הארגומנטים תהיה תקפה מן הסוג הכללי, שבהם נעסוק, נשמר אף כאשר מתעלמים מן המשמעות הנוספת של טענת-התנאי שלהם. דבר זה יש עוד להוכיח. כמובן, והוא יעסיק אותנו בחלק הבא.

### תרגילים

I. אם A, B, C הן טענות אמיתיות, ואילו X, Y, Z הן טענות שקריות, קבע איזו מן הטענות הללו אמיתית:

- |   |   |
|---|---|
| 1. * $A \supset (B \supset C)$  | 8. $X \supset (Y \supset Z)$                                      |
| 2. $A \supset (B \supset Z)$  | 9. $(A \supset B) \supset Z$                                      |
| 3. $A \supset (Y \supset C)$  | 10. * $(X \supset Y) \supset Z$                                   |
| 4. $A \supset (Y \supset Z)$  | 11. $[(X \supset Y) \supset B] \supset Z$                         |
| 5. * $X \supset (B \supset C)$  | 12. $[(B \supset Z) \supset B] \supset Z$                         |
| 6. $X \supset (B \supset Z)$  | 13. $[(X \supset A) \supset X] \supset X$                         |
| 7. $X \supset (Y \supset C)$  | 14. $[X \supset (Y \supset Z)] \supset [(X \supset Y) \supset Z]$ |
| 15. * $\{A \supset (B \supset C)\} \supset \sim X \supset \{X \supset [(A \cdot B) \supset C]\}$                  |   |
| 16. $[(A \supset Z) \cdot (Z \supset A)] \supset \sim [(A \cdot Z) \vee (\sim A \vee \sim Z)]$                    |   |
| 17. $\{[X \supset (Y \supset Z)] \supset [(X \cdot Y) \supset Z]\} \supset [(X \supset A) \supset (B \supset Y)]$ |   |
| 18. $\{[A \supset (B \supset C)] \supset [(A \cdot B) \supset C]\} \supset [(A \supset B) \supset (C \supset Z)]$ |   |

$$19. \{[(A \supset B) \cdot (B \supset A)] \supset [(A \cdot B) \vee (\sim A \cdot \sim B)]\} \supset$$

$$\{[(X \supset Y) \cdot (Y \supset X)] \supset [(\sim X \cdot \sim Y) \supset (X \cdot Y)]\}$$

$$20. \{[(X \supset Y) \cdot (Y \supset X)] \supset [(X \cdot Y) \vee (\sim X \cdot \sim Y)]\} \supset$$

$$\{[\sim(A \cdot B) \cdot \sim(A \cdot \sim B)] \supset [\sim(\sim A \cdot B) \supset (\sim A \cdot \sim B)]\}$$

II. סמל את המשפטים הללו, תוך שימוש באותיות לטיניות גדולות כדי לסמן בקיצור את הפסוקים הפשוטים שבהם:

- \* 1. אם אדגר יגיש תלונה, הרי שפולטון יחקור וגרביל יפוטר.
2. אם אדגר יגיש תלונה הרי שפולטון יחקור, וגרביל יפוטר.
3. אם אדגר יגיש תלונה הרי שאם פולטון יחקור הרי שגרביל יפוטר.
4. אם אדגר יגיש תלונה הרי שאם פולטון יחקור או שגרביל יפוטר.
- \* 5. אם אדגר יגיש תלונה ופולטון יחקור הרי שגרביל יפוטר.
6. או שאדגר יגיש תלונה או שאם פולטון יחקור הרי שגרביל לא יפוטר.
7. אם או שאדגר יגיש תלונה או שפולטון יחקור, הרי שגרביל יפוטר.
8. אם אדגר לא יגיש תלונה הרי שגם פולטון לא יחקור וגם גרביל לא יפוטר.
9. אם אין זה המקרה שאדגר יגיש תלונה הרי שפולטון יחקור וגרביל יפוטר.
10. אין זה המקרה שאם אדגר יגיש תלונה, הרי שפולטון יחקור וגרביל לא יפוטר.

### IV. דפוס-טיעון וטיעונים

בחלק זה ברצוננו לפרט ביתר דיוק מה משמעותו של המונח "תקף". באפשרותנו להסמיק את הגדרתנו הצורנית למושגים מוכרים ואינטואיטיביים יותר, בסוקרנו את דרך ההפרכה בעזרת אנלוגיה לוגית. אם אנו עומדים נוכח הארגומנט:

4. ממש כשם שדנו בהיקש החלטי בפרק 6, חלק II.