

### תרגיל 3 בתדון"א 1

1. חשב את הגבולות הבאים:

א.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^4 + 2^4 + \dots + n^4}{n^5}$

ב.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^4 + 2^4 + \dots + n^4}{n^6}$

ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n}$

ד.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\ln(\ln(n))}}$

ה.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^3 + 2}{2n + 5}}$

ו.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

ז.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

ח.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n^5 + 8)}{n}$

2. מצא את כל הגבולות החלקיים של הסדרות הבאות. קבע מהו  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n$ ,  $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n$

א.  $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$

ב.  $a_n = \sin \frac{n\pi}{6}$

ג.  $a_n = (-1)^n \cdot n$

ד.  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$

ה.  $a_n = \arctan((-1)^n \cdot n)$

3. הראה לפי תנאי קושי שהסדרות הבאות מתבדרות:

א.  $a_n = \frac{n \cos(\pi n) - 1}{2n}$

ב.  $a_n = \frac{1}{2^2} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{n}{(n+1)^2}$

4. נניח ש  $a_1 = \frac{1}{2}$  ולכל  $n \geq 2$   $|a_n - a_{n-1}| < \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$  הראה כי הסדרה  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  מתכנסת וגבולה  $a$

$0 < a < 1$  מקיים