

מבחן מועד א' בקורס 88133

חשבון אינפיניטסימלי 2

מרצים: ד"ר מיכאל שיין וד"ר רוני ביתן, חומר עזר מותר: מחשבון פשוט, משקל כל שאלה: 20 נקודות.

יש לענות על חמש שאלות מתוך שש.

שאלה 1. חשב את הביטוי $\int_0^1 e^{-t^2} dt$ בקירוב של מאית. הצדק את צעדיך.

שאלה 2. קבע היכן הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\arctan x)^n}{1+x^2}$ מתכנס במידה שווה. נמק!

שאלה 3. חשב את הגבול: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_1^x \cos \frac{1}{t} dt$. הצדק את צעדיך (רמז: אין צורך לחשב את האינטגרל).

שאלה 4.

א. הראה כי הפרש של שתי סדרות פונקציות המתכנסות במ"ש בקטע מתכנס אף הוא במ"ש שם.

ב. הראה כי אם טור פונקציות $\sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ מתכנס במ"ש בקטע I , אז גם סדרת הפונקציות

$\{f_k(x)\}$ מתכנסת במ"ש לאפס ב- I (אפשר להיעזר בתוצאה של סעיף א').

שאלה 5. הראה כי: $\frac{1}{2e} \ln 2 \leq \int_0^{\pi/4} e^{-x^2} \tan x dx \leq \frac{1}{2} \ln 2$. נמק!

שאלה 6. יהא C מספר קבוע ותהא $f(x)$ פונקציה אינטגרבילית בקטע $[a, b]$ כך שבכל נקודה

רציונלית בקטע מתקיים $f(x) = C$. הראה כי בהכרח: $\int_a^b f(x) dx = C(b-a)$.

בהצלחה!