

16.09.18

88-195 בדידה – קורס קיץ תשע"ח – מועד ב'

מרצים: אחיה בר-און, דר' אפי כהן, אלעד עטייא, דר' ארז שיינר  
מתרגלים: עדי בן-צבי, תמר בר-און, אריאל ויצמן, דר' מיכאל טויטו, עובד נגר, אלעד עטייא  
אורך המבחן: 3 שעות.  
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.  
הוראות:

- יש לענות על כל 5 השאלות. סה"כ הניקוד המקסימלי 105 נק' (כל ציון מעל 100 יעוגל ל100).
- יש לענות על דפי הבחינה בלבד. ניתן להשתמש במחברת כטיוטה, אך המחברת לא תיבדק כלל.

1. (20 נק') תהיינה קבוצות  $A, B, C$ , הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם  $A \subseteq B$  אז  $P(A) \subseteq P(B)$ .

ב. אם  $A \setminus B = B \setminus C$  אזי  $A \setminus B \subseteq B \cap (C \setminus A)$ .

ג. אם  $A \in B$  ו  $B \subseteq C$  אזי  $C \setminus A \neq C$ .

ד. אם  $A \subseteq B \cap C$  אז  $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap B \cap C$ .

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

2. (25 נק') תהי  $A = \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$  קבוצת הפונקציות מ  $\mathbb{R}$  ל  $\mathbb{R}$ . עבור כל אחד מהיחסים הבאים

על  $A$  קבעו והוכיחו אם הוא יחס שקילות או לא.

אם מדובר ביחס שקילות, מצאו את עוצמת מחלקת השקילות של  $f(x) = 2x$ .

א.  $(f, g) \in R$  אם  $f \circ g = g \circ f$ .

ב.  $(f, g) \in S$  אם  $\forall y \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{R} : (x > y) \wedge (f(x) = g(x))$ .

ג.  $(f, g) \in T$  אם  $\exists y \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} : (x > y) \rightarrow (f(x) = g(x))$ .

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

.3

א. (12 נק') תהי קבוצה  $A$  הוכיחו כי  $|P(A)| > |A|$ .

(כלומר  $|P(A)| \geq |A|$  וגם  $|P(A)| \neq |A|$ ).

ב. (8 נק') תהיינה שתי קבוצות  $A, B$ .

הוכיחו/הפריכו:  $|A \setminus B| \leq |P(A) \setminus P(B)|$

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

4. (18 נק') קבעו והוכיחו לכל קבוצה אם היא מעוצמת  $\aleph_0, \aleph, 2^{\aleph}$  או סופית.

אם היא סופית רשמו את מספר האיברים בקבוצה.

א.  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$

ב.  $B = \{(x, y) \in A \mid x - y = 1\} \subseteq A$

ג.  $B = \{X \subseteq A : |X| = 2\} \subseteq P(A)$

שימו לב: בשני הסעיפים האחרונים אנו משתמשים בקבוצה  $A$  מסעיף א'.



דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

5. יהי גרף  $G = (V, E)$ . נגדיר יחס  $R$  על קבוצת הקודקודים  $V$  על ידי

$$vRu \Leftrightarrow (v = u) \vee (\deg(v) < \deg(u))$$

כאשר  $\deg(v)$  היא דרגת הקודקוד  $v$ .

- א. (4 נק') הוכיחו כי  $R$  הינו יחס סדר חלקי.
- ב. (4 נק') תנו דוגמה לגרף  $G$  שיש בו קודקוד גדול ביותר לפי היחס  $R$  אך אין לו קודקוד קטן ביותר, או הוכיחו שאין גרף כזה.
- ג. (4 נק') תנו דוגמה לגרף  $G$  שדרגות כל קודקודיו זוגיות ויש בו קודקוד גדול ביותר לפי היחס  $R$ , או הוכיחו שאין גרף כזה.
- ד. (10 נק') נניח כי  $|V| \geq 2$ . הוכיחו באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי  $R$  אינו מלא.

ה. דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_