

# תרגיל 13 – אלגברה מופשטת 1

1. נתונות שש חבורות מסדר 40. זהו אילו חבורות איזומורפיות זו לזו.  
 $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_5$ ,  $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_{10}$ ,  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_5$ ,  $\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ ,  $U_{10} \times \mathbb{Z}_{10}$ ,  $\mathbb{Z}_{40}$
2. ענו על הסעיפים הבאים:
  - 2.1 כמה חבורות אבליות מסדר 500 (עד כדי איזומורפיזם) יש?
  - 2.2 בכמה מהן יש איבר מסדר 4?
  - 2.3 בכמה מהן יש איבר מסדר 20?
3. מצאו מספר חבורות אבליות (עד כדי איזומורפיזם) מסדר 3600. בכמה מהן יש תת-חבורה 5-סילו ציקלית?
4. מצאו את  $\exp(S_3), \exp(S_5)$ .
5. ענו על הסעיפים הבאים:
  - 5.1 מצאו כמה איברים מכל סדר יש בחבורות:  
 $\mathbb{Z}_{p^3}$ ,  $\mathbb{Z}_{p^2} \oplus \mathbb{Z}_p$ ,  $\mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p$
  - 5.2 הוכיחו שבחבורת  $p$  אבלית לא ציקלית יש תת חבורה מסדר  $p^2$  שאינה ציקלית.
6. האם קיימת חבורה אבלית  $G$ , כך ש-  $\exp(G) = 4$ ,  $|G| = 32$ ,  $-1 = [G : G^2]$ ?
7. מצאו את כל החבורות מסדר 637, עד כדי איזומורפיזם.
8. מצאו את ה-  $n > 1$  הקטן ביותר שאינו ראשוני עבורו כל החבורות מסדר  $n$  איזומורפיות.

בהצלחה! ☺