

## תורת הקבוצות - תרגיל בית 5

22 בנובמבר 2015

1. הוכח באינדוקציה טרנספיניטית שלכל סודר  $\alpha$  יש גבולי יחיד, ו $n \in \mathbb{N}$  יחיד כך ש:  
$$\alpha = \beta + n$$
2. הוכח/הפרך:
  - א.  $f(\alpha) = \beta\alpha$  מונוטונית ורציפה.
  - ב.  $f(\alpha) = \alpha\beta$  מונוטונית ורציפה.
3. נגדיר:  $\alpha$  סודר רגולרי אם  $\alpha$  גבולי ו  $\text{cf}(\alpha) = \alpha$ .
  - א. יהי  $\alpha$  סודר גבולי, הוכח ש  $\text{cf}(\alpha)$  רגולרי.
  - ב. הוכח ש  $\omega$  הוא רגולרי.
  4. חשב את  $\text{cf}(\omega + \omega)$ .
5. הוכח: קיימת פונקציה קופינלית ושומרת סדר  $f : \beta \rightarrow \alpha$  אם יש סדרה עולה  
 $\lim a_\gamma = \alpha$  כך ש  $\{a_\gamma \mid \gamma < \beta\}$ .
6. הגדר את הפונקציה הבאה:  $f(\alpha) = \beta\alpha$  בקורסיה.  
תזכורת:  $\lim a_\gamma = \sup\{a_\gamma \mid \gamma < \beta\}$ .