תורת הקבוצות תרגיל בית 6

11 בדצמבר 2016

1. הוכיחו: לכל סודר α, $1^\alpha = 1$.

2. יהיו α, β, γ סודרים, כך ש$\alpha \neq 0$. הוכיחו: $\alpha^{\beta\gamma} = (\alpha^\beta)^\gamma$.

3.א. יהי β סודר, ו$0 \neq \alpha_1 \leq \alpha_2$. הוכיחו:
$\alpha_1^\beta \leq \alpha_2^\beta$.
ב. הסיקו: אם $0 \neq \alpha_1 \leq \alpha_2$ ו$\beta_1 \leq \beta_2$ אז $\alpha_1^{\beta_1} \leq \alpha_2^{\beta}$.

4. הוכיחו: אם $\alpha = \beta\gamma_1 + \delta_1 = \beta\gamma_2 + \delta_2$ כך ש$\forall i, \delta_i < \beta_i$, אז $\gamma_1 = \gamma_2, \delta_1 = \delta_2$.
(שימו לב: זאת בדיוק היחידות שבמשפט החילוק עם שארית).

5. חשבו: (כלומר, מהי שארית החלוקה)
א. $(\omega + \omega) \mod 5$
ב. $\omega^2 \mod (\omega + 2)$

6. הפריכו את הטענה הבאה:
לכל סודרים α, β קיימים γ, δ יחידים כך ש $\alpha = \gamma\beta + \delta$, ו$\delta < \beta$