

### תרגיל 3 מתמטיקה בדידה

- (1) יהי  $R$  יחס סדר חלקי על קבוצה לא ריקה  $X$ . הוכח או הפרך את הטענות הבאות:
- אם  $S$  מוכלת ב- $R$  וגם  $S$  רפלקסיבית אזי  $S$  יחס סדר חלקי.
  - אם  $S$  מוכלת ב- $R$  וגם ל- $R$  יש מקסימום אזי ל- $S$  יש מקסימום.
  - אם  $S$  מכילה את  $R$  וגם ל- $R$  יש מקסימום אזי ל- $S$  יש מקסימום.
  - אם  $S$  יחס סדר מלא שמכיל את  $R$  וגם ל- $R$  יש איבר מינימלי אזי ל- $S$  יש מינימום.
- (2) יחס סדר מלא  $R$  על קבוצה  $X$  נקרא "סדר טוב" אם לכל תת קבוצה של  $X$  יש מינימום לפי יחס הסדר  $R$  (כלומר שאם מצמצמים את יחס הסדר לתת-הקבוצה אז יהיה בתת-הקבוצה מינימום).
- הוכיחי שאם  $X$  קבוצה סופית אזי כל יחס סדר מלא עליה הוא סדר טוב.
  - הוכיחי ש- $R$  סדר טוב אם ורק אם לא קיימת סדרה אינסופית יורדת.
  - הראי ש  $\geq$  מעל המספרים הממשיים אינו סדר טוב.
  - בני סדר טוב על קבוצת המספרים השלמים.