

בוחן במבוא לתורת החבורות 88-211 סמסטר א' תשפ"ד

מרצה: ד"ר יונתן בק

מתרגל: תומר באואר

הוראות:

- יש לענות על כל ארבע השאלות פתרון מלא ומנומק.
- כתבו את תשובותיכם על גבי טופס הבחינה. ניתן להשתמש בשני צידי הדף. מחברת הטיוטה לא תיבדק.
- משך הבוחן: 90 דקות.
- סך הנקודות עולה על 100, אך הציון המקסימלי בבוחן הינו 100.
- חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד (וגם אותו לא חייבים).

בהצלחה!

שאלה 1 (25 נק'). מצאו את האינדקס $[\mathbb{Z}_{211} \times U_{15} : \langle 8 \rangle \times \langle 8 \rangle]$.
עובדות שימושיות: המספר 211 הוא ראשוני, ומשפט לגראנז' הוא נכון.

שאלה 2 (30 נק'). הוכיחו או הפריכו: לכל $n \in \mathbb{N}$ ולכל $\sigma \in S_n$ מתקיים $o(\sigma) < 4n$.

שאלה 3. נאמר כי פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ היא לינארית למחצה אם קיימים $a \in \mathbb{R}^*$ ו- $b \in \mathbb{R}$ עבורם

$$\forall x \in \mathbb{R} : f(x) = ax + b$$

נסמן ב- G את אוסף כל הפונקציות הלינאריות למחצה.

א. (15 נק') הוכיחו כי G היא חבורה ביחס לפעולת ההרכבה.

ב. (10 נק') הוכיחו או הפריכו: האם החבורה G אבלית? האם החבורה G ציקלית?

שאלה 4. (25 נק') מצאו שלוש חבורות לא איזומורפיות מסדר 24 והוכיחו שאינן איזומורפיות זו לזו.
בנוסף (5 נק'): מצאו חבורה נוספת מסדר 24 והוכיחו שאינה איזומורפית לאלו שמצאתם.

דף נוסף לשאלה מספר ____

דף נוסף לשאלה מספר ____

דף נוסף לשאלה מספר ____