

תרגיל 8 באינפי 2 למדמ"ח

שאלה 1

עבור סדרות הפונקציות הבאות מצאו את פונקציית הגבול (אם היא קיימת), וקבעו אם ההתכנסות היא נקודתית או במידה שווה.

1. $f_n(x) = \cos^{2n}(x)$ בקטע $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

2. $f_n(x) = \frac{\arctan x}{n}$ ב \mathbb{R}

3. $f_n(x) = x^n - x^{2n}$ בקטע $(-1, 1)$

4. $f_n(x) = \frac{1}{nx+1}$ בקטע $(0, \infty)$

שאלה 2

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות

1. אם $f_n(x)$ מתכנסת במ"ש ל $f(x)$ בקטע I ו $g_n(x)$ מתכנסת במ"ש ל $g(x)$ בקטע I אז $f_n(x) + g_n(x)$ מתכנסת במ"ש ל $f(x) + g(x)$ בקטע I

2. אם $f_n(x)$ מתכנסת במ"ש ל $f(x)$ בקטע I אז $g(x)f_n(x)$ מתכנסת במ"ש ל $g(x)f(x)$ בקטע I

3. אם הטור $\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$ מתכנס במידה שווה ל $S(x)$ בקטע I אז הסדרה $f_n(x)$ מתכנסת במידה שווה ל 0 בקטע I .

שאלה 3

החליטו אם טורי הפונקציות הבאים מתכנסים נקודתית, במ"ש או מתבדרים בתחומים הנתונים.

1. $\sum_{n=2}^{\infty} \ln(1 + \frac{x^2}{n \ln^2 n})$ בתחום $(-a, a)$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{e^{nx}}$ בתחום $[0, \infty)$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(1+x^2)^n}$ בתחום $[0, \infty)$ (רמז: טור הנדסי)

שאלה 4

חשבו את סכום הטור

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{(n+1)2^n}$$