

תרגיל בית 3 – גאומטריה אנליטית, זהבית צבי

להגשה: בתאריך 1.5 בכיתה

שאלה 1

בדקו שההגדרה הבאה אכן מהווה מכפלה פנימית ב- \mathbb{R}^2 :

$$\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = x_1 y_1 - 2x_1 y_2 - 2x_2 y_1 + 5x_2 y_2$$

כאשר

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} .$$

(יש לבדוק שכל התנאים שלמדנו מתקיימים)

שאלה 2:

נתון בסיס ל- \mathbb{R}^3 : $B = \left\{ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}}_{v_1}, \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}}_{v_2}, \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right\}$ מצאו בעזרת תהליך גרם-שמידט בסיס אורתוגונלי

ובסיס אורתונורמלי.

שאלה 3

נתונה מכפלה פנימית ב- \mathbb{R}^3 : (חדשה ממה שאנו מכירים עד עכשיו רק לצורך תרגיל זה) :

$$\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \right\rangle = x_1 y_1 + \frac{1}{2} x_1 y_3 + \frac{1}{2} x_3 y_1 + 2x_2 y_2 + x_3 y_3$$

האם הבסיס הסטנדרטי הינו אורתונורמלי עם המכפלה הפנימית הנתונה? במידה ולא מצאו אחד כזה.

שאלה 4

נתונה הקבוצה $\left\{ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}}_{v_1}, \underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}}_{v_2} \right\}$, מצאו בסיס אורתונורמלי ל- \mathbb{R}^3 .

שאלה 5

חשבו את הערכים העצמיים ואת הוקטורים העצמיים של המטריצות הבאות מעל \mathbb{R} .

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3: \text{ תשובה סופית: } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{א.}$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \lambda_3 = -2: \text{ תשובה סופית: } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}. \text{ב.}$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2, \lambda_3 = -1: \text{ תשובה סופית: } B = \begin{pmatrix} 8 & 3 & -3 \\ -6 & -1 & 3 \\ 12 & 6 & -4 \end{pmatrix}. \text{ג.}$$

$$\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -4, \lambda_3 = -2: \text{ תשובה סופית: } A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix}. \text{ד.}$$