

## שיעורי בית 6

1. תהא  $G$  חבורה ו  $H_1, H_2 \leq G$  תתי חבורות שלה. הוכיחו:  
(א) אם  $|G| = 210, |H_1| = 21, |H_2| = 30$  אז  $H_1 \cap H_2$  ציקלית.  
(ב) אם  $|G| = 84, |H_1| = 28, |H_2| = 12$  אז  $H_1 \cap H_2$  אבלית.
2. תהי  $G$  חבורה,  $H_1, H_2 \leq G$  תתי חבורות. יהי  $p$  מספר ראשוני. הוכיחו שאם  $|H_1| = |H_2| = p$  וגם  $H_1 \neq H_2$  אז  $H_1 \cap H_2 = \{e\}$ .
3. תהי  $G$  חבורה מסדר 8 (סדר של חבורה הכוונה מס' האיברים שבה).  
(א) הוכיחו שאם  $G$  ציקלית אז קיימת תת חבורה ציקלית  $H \leq G$  מסדר 4.  
(ב) הוכיחו שאם  $G$  לא אבלית אז קיימת תת חבורה ציקלית  $H \leq G$  מסדר 4.  
(ג) הוכיחו או הפריכו: לכל חבורה  $G$  מסדר 8 יש תת חבורה ציקלית  $H \leq G$  מסדר 4.
4. יהי  $g \in D_5$  (חבורת השיקופים והסיבובים). מה האפשרויות ל- $o(g)$ ? מצאו איבר מתאים לכל אפשרות כזו.
5. הציגו את החבורות הבאות כ-  $\mathbb{Z}_n$  או  $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ :  
(א)  $U_{11}$   
(ב)  $U_{12}$   
(ג)  $U_{13}$   
(ד)  $U_{14}$
6. חשבו:  
(א)  $21^{91} \pmod{31}$   
(ב) מהן שלושת הספרות האחרונות של  $7^{4003}$ .  
(ג)  $17^{17} \pmod{20}$