

אלגברה מופשטת 3 – תרגיל 2

שאלה 1

מצאו פיתרון למשוואה $x^3 - 3x^2 - 3x - 3 = 0$ בשתי דרכים שונות. אחת בעזרת ההצבה $y = u + v$ ואחת בעזרת ההצבה $y = \alpha \cos \theta$ שראינו בשיעור. נמקו היטב את דרך הפיתרון.

בנוסף: הראו שהשורשים המתקבלים בשתי הדרכים זהים.

שאלה 2

הביעו פיתרון של המשוואה $x^4 - x + 1$ בעזרת שורש של משוואה ממעלה שלישית מעל \mathbb{Q} . ציינו את המשוואה, אין צורך לפתור אותה. [מותר להשתמש רק בשורש של המשוואה ממעלה 3, בארבע פעולות החשבון ובהוצאת שורש ריבועי]. הראו כי הפיתרון שלכם הוא אכן שורש של המשוואה המקורית.

שאלה 3

יהי $x^3 + ax + bx + c$ פולינום אי פריק עם שורשים $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ (כולל ריבוי). שכנעו את עצמכם בעובדות הבאות:

$$\begin{aligned} a &= -\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 & \bullet \\ b &= \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2\alpha_3 + \alpha_3\alpha_1 & \bullet \\ c &= -\alpha_1\alpha_2\alpha_3 & \bullet \end{aligned}$$

השתמשו בעובדות אלה כדי:

1. להביע את $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2$ בעזרת a, b, c . הוכיחו את קביעתכם.
2. להביע את $\alpha_1^3 + \alpha_2^3 + \alpha_3^3$ בעזרת a, b, c . הוכיחו את קביעתכם.