

רדוקציה

רדוקציה היא המרה של קלטים של בעיה A לקלטים של בעיה B .
נכתוב $A \leq_m B$ אם קיימת רדוקציה חישובית מ A ל B . (ה m מהמילה $many-one$)
מסמנים גדול-שווה, ונשאלת השאלה - במה B גדולה מ A ? התשובה היא ברמת
קושי - B יותר "קשה" לפתרון. אפשר להשתמש ברדוקציה כדי להראות איך לפתור
את A אם ניתן לפתור את B , או כדי להראות שאי אפשר לפתור את B אם אי אפשר
לפתור את A .

תרגיל

תהי השפה הבאה: $L(P) = \{w | P(w) = 1\}$ מכילה מילה שבה כל האותיות $A = \{P | n, a, m\}$. האם
השפה כריעה? האם היא ניתנת לזיהוי? הוכח.

הערה

השפה P מזהה $L(P) = \{w | P(w) = 1\}$. נשים לב ש P עצמה לא חייבת להכיל את
האותיות n, a, m - אבל כל תוכנית שלה חייבת לאשר לפחות מילה אחת שמכילה את
כל האותיות האלה.

פתרון

השפה ניתנת לזיהוי אך אינה כריעה. נוכיח שהיא ניתנת לזיהוי.

P_A

1. בחר באופן ל"ד מילה $x \in \Sigma^*$ (אות אחרי אות)
 2. בדוק שכל אחת מהאותיות n, a, m מופיעה ב x . אם לא, דחה.
 3. הרץ את $P(x)$ והחזר את תשובתה.
- נותר להוכיח ש A אינה כריעה, נעשה זאת ברדוקציה מ A_{TM} . ($A_{TM} \leq A$)
נבנה פונקציה R , שבהינתן (P, w) , קלט עבור A_{TM} בונה Q , קלט עבור A , כך
 $(P, w) \in A_{TM} \Leftrightarrow Q \in A$
בניית Q : כתוב את התוכנית:

$Q(x)$:

1. אם $x \neq "naama"$, נדחה.
2. הרץ $P(w)$ והחזר את תשובה.

קל לראות ש R חישובית. נוכיח נכונות (של תנאי הרדוקציה)

- \Rightarrow נניח $(P, w) \in A_{TM} \Leftrightarrow P(w) = 1 \Leftrightarrow$ כל קלט שיגיע לשלב 2 ב Q יאושר
 \Leftrightarrow הקלט $"naama"$ יגיע לשלב 2 ב Q ולכן $"naama" \in L(Q) \Leftrightarrow Q \in A$
- \Leftarrow נניח $(P, w) \notin A_{TM} \Leftrightarrow P(w) \neq 1 \Leftrightarrow$ קלט שיגיע לשלב 2 ב Q לא יאושר (אבל
קלט שלא הגיע, בהכרח נדחה ב) $\Leftrightarrow L(Q) = \emptyset \Leftrightarrow Q \notin A$

תרגיל

תהי השפה הבאה $B = \{(P, w) \mid P(w) = 0\}$. האם השפה כריעה? האם היא ניתנת לזיהוי? הוכח.

הבהנה

$$A \neq \overline{A_{TM}}$$

פתרון

B ניתנת לזיהוי, אך אינה כריעה. נוכיח ש B לא כריעה ברדוקציה מ A_{TM} . נבנה רדוקציה R כך ש $R(P, w) = (P', w')$ בצורה הבאה:

$$P'(x)$$

1. הרץ $P(x)$ והחזר תשובה הפוכה (לא הופך אי העצירה!)

$$w' = w$$