

לינארית 2 - מועד ב'

25.10.2018

מס' קורס: 89-113
מרצה: תמר בר-און.
מתרגל: אחיה בר-און.
עליכם לענות על כל השאלות.
משקל כל שאלה 27 נקודות.
משך המבחן: 3 שעות.
חומר עזר מותר לשימוש: מחשבון פשוט.
בהצלחה!

1. יהיו $\mathbb{R}^4 \supseteq S = \left\{ v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ מצאו בסיס או"נ ל $W = S^\perp$.
(כאשר \mathbb{R}^4 עם המכפלה הסקלארית).

2. מצאו את צורת ג'ורדן והפולינום המינימלי של המטריצה הבאה:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

3.

(א) הוכיחו שהמטריצה הבאה לכסינה:
 $A = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$
מטריצה מגודל $n \times n$, כך שלכל i, j $A_{i,j} = 1$.

(ב) תהי $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ מטריצה לא סקלרית שקיים לה ע"ע ממשי יחיד. הוכיחו ש A אינה לכסינה מעל \mathbb{R} .

4. יהי V מ"פ מעל \mathbb{C} , ותהי $T : V \rightarrow V$ הע"ל.

- (א) הוכיחו ש T^*T הוא אופרטור הרמיטי (צמוד לעצמו).
(תזכורת: אופרטור $T : V \rightarrow V$ נקרא צמוד לעצמו אם $T = T^*$)
- (ב) הוכיחו שכל הע"ע של T^*T הם ממשיים אי-שליליים.