

מבנים אלגבריים תשעה- תרגיל 1

יש לכתוב: מס' התרגיל, קבוצת התרגול אליה אתם רוצים שהתרגיל יוחזר, שם מלא ות.ז.

1. הוכח ש $X = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} : a, b \in R \right\}$ היא אגודה ביחס לכפל. האם יש יחידה?

2. לגבי כל אחת מהמערכות הבאות קבע אם היא אגודה/ מונואיד/ חבורה/ אבלית ביחס לכפל/חיבור מטריצות

$$A := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} : a^2 + b^2 > 0 \right\}$$

$$B := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} : ac \neq 0 \right\}$$

$$C := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : a \neq 0 \right\}$$

$$D := \left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix} : xy \neq 0 \right\}$$

$$E := \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & x & y \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix} : axz \neq 0 \right\}$$

$$F := \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & x & y \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix} \right\}$$

3. תהי G חבורה. הוכח:

א. $a^2 = e \Leftrightarrow a = a^{-1}$.

ב. אם $x^2 = e$ לכל $x \in G$ אז G אבלית.

ג. $(a^{-1}ba)^k = a^{-1}b^k a$.

ד. G אבלית אם ורק אם $(ab)^2 = a^2 b^2$ לכל זוג $a, b \in G$.

4. חשבו את $d = \gcd(a, b)$ ומצאו $t, k \in \mathbb{Z}$ כך ש- $d = ta + kb$, עבור המספרים הבאים:

א. $a = 51, b = 85$.

ב. $a = 1302, b = 56$.

5. האם 23 הפיך ב \mathbb{Z}_{52} ? אם כן, מיהו ההופכי שלו?

6. פתור את המשוואות הבאות:

א. $11x + 2 = 5$ ב \mathbb{Z}_6

ב. $23x = 1$ ב \mathbb{Z}_{52}