

תרגיל 9

שאלה 1 (רשות)

1. תהיינה f, g פונקציות חיוביות ב $[a, \infty)$ ואינטגרביליות בכל קטע סגור מהצורה $[a, b]$ ($a < b$).
נניח שמתקיים $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = L$ כאשר $0 < L < \infty$.
הוכיחו כי $f(x)$ אינטגרבילית ב- $[a, \infty)$ אם ורק אם $g(x)$ אינטגרבילית ב- $[a, \infty)$.
2. איזו מסקנה לגבי אינטגרביליות $f(x)$ ו- $g(x)$ בקטע $[a, \infty)$ תוכלו להסיק במקרה ש- $L = 0$? נמקו.

שאלה 2 (להגשה)

1. הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות:
(א) אם $\int_a^\infty f(x) dx$ מתכנס, ו- $g(x)$ רציפה וחסומה ב- $[a, +\infty)$ אזי $\int_a^\infty f(x)g(x) dx$ מתכנס.
(ב) אם $\int_a^\infty f(x) dx$ מתכנס בהחלט, ו- $g(x)$ רציפה וחסומה ב- $[a, +\infty)$ אזי $\int_a^\infty f(x)g(x) dx$ מתכנס.
2. מצאו את כל הערכים של α ו- β עבורם מתכנס האינטגרל:

$$\int_2^\infty \frac{dx}{x^\alpha (\ln x)^\beta}$$

בהנאה!