

83-116-08 מתמטיקה בדידה 1, מרצה: דר' ריטה סולומיאק
מבחן מועד א', תשע"ח

- ענו על כל השאלות
- הקפידו על סדר ונקיון
- משך המבחן שלוש שעות וחצי
- ללא חומר עזר, גם לא מחשבון
- השאלות לא מסודרות לפי רמת קושי - מומלץ להתחיל עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות
- מבנה המבחן וניקוד: במבחן 6 שאלות 20 נקודות לכל שאלה = 120 נקודות בסה"כ

חלקו את זמנכם בתבונה! בהצלחה!

א1. (10 נקודות) האם שני המשפטים שקולים? נמקו היטב.

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q) : A$$
$$(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \wedge \neg q) : B$$

ב. (10 נקודות) מצאו קבוצות A, B, C כך ש- $A \in B, B \in C, A \in C$

א2. (10 נקודות) יהיו A, B תתי-קבוצות של קבוצה אוניברסלית U .

הוכיחו:

$$(A \Delta B) \Delta (A \cap B) = A \cup B$$

ב. (10 נקודות) הוכיחו או הפריכו: אם A, B, C קבוצות מקיימות

$$A \cap B \subseteq A \cap C$$

אז

$$B \subseteq C$$

3. (20 נקודות) הוכיחו:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$

4א. (10 נקודות)

(i) הגדירו מה הוא יחס סדר מלא (לינארי).

(ii) הגדירו מה הוא יחס אנטיסימטרי.

ב. (10 נקודות) יהי יחס סדר חלקי מעל קבוצה A . הוכיחו כי אם R לא מלא אז $R^c = (A \times A) \setminus R$ לא אנטיסימטרי.

5א. (10 נקודות) תהיינה A, B, C קבוצות, $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$ פונקציות. הוכיחו או הפריכו:

(i) אם ההרכבה $g \circ f$ על אז g על.

(ii) אם ההרכבה $g \circ f$ חח"ע אז f חח"ע.

ב. (10 נקודות) נגדיר פונקציות

$$g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^2, f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$$

על-ידי

$$f((x, y)) = 2x + y, g(x) = (x, x - 2)$$

מצאו את $f \circ g$ ו- $g \circ f$.

6. תהי $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ותהי $P(A)$ קבוצת החזקה של A . נגדיר יחס R מעל $P(A)$ על-ידי

$$XRY \text{ אם } X \cap \{1, 2\} = Y \cap \{1, 2\}$$

א. (10 נקודות)

(i) מצאו את כל תת-הקבוצות של A השקולות לקבוצה הריקה \emptyset .

(ii) מצאו את כל תת-הקבוצות של A השקולות ל- $\{2, 3\}$.

ב. (10 נקודות) מצאו את $|P(A)/R|$ כלומר, מצאו את מספר האיברים בקבוצת המנה. נמקו.