

## בוחר בדידה 1 למהנדסים, 83-116, סמסטר ב תשעח

כ"ב אייר 7/5/2018

מרצה: ד"ר ריטה סולומיאק.

מתרגל: אריאל ויצמן.

- ענו על כל השאלות.
- הקפידו על סדר וניקיון.
- משך הבוחן: שעה וחצי.
- ללא חומר עזר. גם לא מחשבון.
- סך הנקודות המוקצבות לשאלה הוא 108 נקודות, אך לא ניתן לקבל ציון מעל 100 בבוחן.

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

### בהצלחה!

1. תהיינה  $A_1, A_2, \dots, A_n$  קבוצות. הוכיחו:  $A_1 \Delta A_2 \Delta \dots \Delta A_n = \{x \mid x \text{ is in odd number of sets } A_i\}$ . כלומר, ההפרש הסימטרי של  $n$  קבוצות הוא קבוצת כל האיברים שנמצאים במס' אי-זוגי של קבוצות מתוך  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . (18 נקודות)

2. יהיו  $P(x, y), Q(x, y), R(x, y)$  פרדיקטים מעל השלמים (כלומר,  $x, y \in \mathbb{Z}$ ). נתבונן בפסוק הבא:

$$\forall x \exists y (P(x, y) \rightarrow (Q(x, y) \wedge \neg R(x, y)))$$

א. הקיפו את כל הפסוקים השקולים לשלילת הפסוק (18 נקודות). **שימו לב**, הקפת סעיף לא נכון תוריד נקודות (!), אך לא אתן פחות מאפס נקודות על השאלה....)

1.  $\neg(\forall x \exists y (P(x, y) \rightarrow (Q(x, y) \wedge \neg R(x, y))))$

2.  $\exists x \neg(\exists y (P(x, y) \rightarrow (Q(x, y) \wedge \neg R(x, y))))$

3.  $\exists x \forall y (P(x, y) \leftarrow (Q(x, y) \wedge \neg R(x, y)))$

4.  $\exists x \forall y (\neg P(x, y) \wedge \neg Q(x, y) \wedge R(x, y))$

5.  $\forall x \exists y \neg(P(x, y) \rightarrow (Q(x, y) \wedge \neg R(x, y)))$

6.  $\exists x \forall y (P(x, y) \wedge (\neg Q(x, y) \vee R(x, y)))$

7.  $\exists x \forall y (P(x, y) \rightarrow (Q(x, y) \wedge \neg R(x, y)))$

ב. מצאו פרדיקטים  $P(x, y), Q(x, y), R(x, y)$  כך שהצבתם בשלילת הפסוק מניבה פסוק אמת. נמקו. (18 נקודות)

3. א. תהיינה  $A, B$  קבוצות. הוכיחו: אם  $A = B$  אם ורק אם לכל קבוצה  $C$  מתקיים  $A \cup C = B \cup C$ . (18 נקודות)

ב. תהי  $\{A_i\}_{i \in I}$  משפחת קבוצות לא ריקה. הוכיחו:

$$\forall i \in I : \bigcap_{i \in I} A_i \subseteq A_i \subseteq \bigcup_{i \in I} A_i$$

(18 נקודות)

ג. תהיינה  $A, B \subseteq U$  (הקבוצה האוניברסלית לדיוננו). הוכיחו: אם  $A \not\subseteq B \wedge B \not\subseteq A$  אז  $A^c \not\subseteq B^c \wedge B^c \not\subseteq A^c$ . (18 נקודות)