

מבחן לדוגמה בקורס 83-118 תש"ף מתמטיקה בדידה 2 (הנדסה)

מרצה: תומר באואר
מתרגל: אריאל ויצמן

הוראות יש לפתור את כל ארבע השאלות. לכל השאלות ניקוד זהה.

1. **משך המבחן** הוא שעתיים.
2. **חומר העזר** הוא פתוח, אך מודפס בלבד או שכתבתם בעצמכם. כלומר אין להשתמש בטלפון, במחשב או בכל אמצעי אלקטרוני אחר. הציגו למשגיחים את כל חומר העזר שלכם לפני תחילת המבחן.
3. **שימוש במחשבון** מדעי רגיל מותר. שוב, אסור שימוש בטלפון, במחשב או בכל אמצעי אלקטרוני אחר לחישובים.
4. כתבו את הפתרון לכל שאלה **בדף נפרד** ונמקו אותו היטב.
5. אפשר **לכתוב "לא יודעים"** בתור הפתרון לשאלה שלמה ולקבל 5 נקודות עבורו. אפשרות זו תתקבל רק לפתרון שהוא ריק לחלוטין לשאלה שלמה (לא סעיף) פרט למילים "לא יודעים" וללא שום פתרון חלקי לידו.
6. כתבו בעט כחול או שחור באופן ברור.

עצות בכתיבה הנה כמה נקודות שכדאי לדעת כאשר אתם עונים על המבחן:

1. לחומר העזר ניתן להסתפק בדף הנוסחאות למבחן, ואפילו לא צריך מחשבון.
2. בכתיבת פתרון אתם צריכים להעביר את הידע שלכם מן הראש אל הדף. זה לא מספיק לדעת או להבין מה צריך להיות הפתרון לשאלות, אלא גם לתקשר את הידע וההבנה האלו.
3. חלקו את זמנכם בתבונה. נסו לעבור על כל השאלות ולכתוב טיוטה מהירה לרעיון הראשוני של דרך הפתרון, ואז כתבו פתרון מלא לשאלות שאתם יודעים לענות עליהן.
4. אנחנו לא קוראי מחשבות, ולכן אתם צריכים לכתוב את מה שאתם רוצים שנדע, ורק את מה שרלוונטי לפתרון. כתבו בכתב מסודר, עם משפטים מלאים ועם נימוקים והסברים לכל מה שדרוש נימוק או הסבר. כאשר משתמשים בביטויים כמו "קל לראות...", "ברור ש...", "מסיקים מייד כי...", אז צריך להוכיח את הדברים האלו. זה הרי צריך להיות קל, ברור ומייד.
5. לשאלה מסויימת יכולים להיות כמה פתרונות נכונים שונים. מצד שני, יכולים להיות לה גם הרבה פתרונות שגויים שונים. לפעמים אחד מהפתרונות הנכונים הוא יותר פשוט, או יותר קצר, או דומה למה שראינו בכיתה מאשר שאר הפתרונות. זה בסדר גמור לענות עם פתרון אחר, ובכל מקרה צריך להראות שהוא נכון ולא שגוי.

הצהרה

אשרו את ההצהרה הבאה בראש הדף הראשון:

אני מתחייבת לשמור על טוהר הבחינה, ומצהירה שלא אשתמש בכל חומר אסור לשימוש בפתרונה. ידוע לי שהמרצה יכול להחליט לבחון את ידיעותיי בע"פ.

אישור הסטודנטית: _____

1 שאלות

שאלה 1. יהי $n \geq 0$ שלם. חשבו את הסכום

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{(k+1)(k+2)} \binom{n}{k}$$

שאלה 2. מצאו, כביטוי ב- n , כמה פתרונות בשלמים קיימים למשוואה

$$2x_1 + 10x_2 + x_3 = n$$

תחת ההגבלות (כולן יחד):

$$x_1 \geq 1, \quad x_2 \geq 0, \quad 9 \geq x_3 \geq 0$$

שאלה 3. תהי מטריצה M מגודל $n \times n$ שרכיביה הם כל $[n^2] = \{1, 2, 3, \dots, n^2\}$. כלומר כל איבר של $[n^2]$ מופיע בדיוק פעם אחת ב- M .
חשבו את מספר המטריצות N מגודל $n \times n$ שרכיביהן הם כל $[n^2]$ ושאינן מכילות אף שורה שזהה לאיזושהי שורה של M .

שאלה 4. יהי $n \in \mathbb{N}$, ונגדיר את גרף הקובייה $Q_n = (V, E)$. קבוצת הקודקודים שלו היא $V = \{0, 1\}^n$, כלומר כל הסדרות הבינאריות (a_1, \dots, a_n) מאורך n . ישנה צלע בין שתי סדרות כאלו אם ורק אם הן נבדלות בקואורדינטה אחת.

1. (10 נק') מצאו את מספר הצלעות $|E|$ בגרף Q_n .

2. (15 נק') הוכיחו כי לכל $n > 3$ הגרף Q_n לא מישורי.

רמז: ציירו את הגרפים המישוריים Q_2 ו- Q_3 והסתכלו על הצלעות והפאות שלהם.