

תרגיל 4 בפונקציות מרוכבות

1. עבור הפונקציות $u(x, y)$ הבאות, מצאו $v(x, y)$ כך שהפונקציה

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

תהיה גזירה בתחום הנתון. בטאו את f לפי z (יוצא משהו פשוט).

(א) $u(x, y) = xe^x \cos y - ye^x \sin y$ בכל \mathbb{C} .

(ב) $u(x, y) = \frac{x}{x^2+y^2} + x$ ב $\mathbb{C} \setminus \{0\}$.

2. תהיינה שתי פונקציות

$$f_1(x, y) = u(x, y) + iv_1(x, y)$$

$$f_2(x, y) = u(x, y) + iv_2(x, y)$$

שתי פונקציות המוגדרות וגזירות בתחום D . הוכיחו כי $v_1 - v_2$ הוא מספר קבוע.

3. הוכיחו כי

(א) לכל z מתקיים $|e^z| \leq e^{|z|}$

(ב) מתקיים שוויון אם ורק אם z ממשי אי שלילי.

4. פתרו את המשוואה $e^{e^z} = 1$.