

## פיסיקה למתמטיקאים

## פני כדור הארץ

1. הראו כי המרחק של נקודה על פני כדור"א "האמיתי", ביחס לכדור"א הספרי, נתון ע"י

$$(1) \quad y(\theta) = R \left( \frac{R\Omega^2}{6g} \right) (3 \sin^2 \theta - 2),$$

כאשר  $R$  רדיוס כדור"א הספרי,  $\theta$  מעלת קו הרוחב המתאים ו  $\Omega$  המהירות הזוויתית של כדור"א.

נתבונן בחלקיק חומר בעל מסה  $m$  על פני כדור"א. הכח הצנטריפוגלי הפועל עליו נתון ע"י  $F_c = m\Omega^2 x$  כאשר  $x$  המרחק מציר הסובב של כדור"א. הפוטנציאל המתאים הינו  $V_c = -m\Omega^2 x^2/2$  ופוטנציאל הגרביטציה נתון ע"י  $V_g = mgy$ . על מנת שפני כדור"א יהיו סטטיים הפוטנציאל הכולל חייב להיות קבוע (הכח הכולל אפס), כלומר

$$(2) \quad mgy - \frac{1}{2}m\Omega^2 x^2 = C.$$

נסמן  $x = r \cos \theta$  כאשר  $r = R + y$  המרחק מהחלקיק למרכז כדור"א ונקבל (בקרום של  $r \approx R$ )<sup>1</sup>

$$(3) \quad y(\theta) = A \cos^2 \theta + B,$$

כאשר  $A = \Omega^2 R^2/2g$ ,  $B = C/mg$ . משימור נפח כדור"א

$$(4) \quad \int_0^\pi y(\theta) 2\pi R^2 \sin \theta d\theta = 0$$

נקבל  $B = -A/3$  ונסיים.

---

<sup>1</sup>  $|y_{max}| \simeq 7Km^1$  על קו המשווה ואילו  $R \simeq 6300Km$  ולכן הקרום טוב.