

תורת הקבוצות - תרגיל בית 1

17 באוקטובר 2015

1. יהיו $(A, <_A)$, $(B, <_B)$ שתי קבוצות זרות סדרות היטב. נגדיר יחס סדר $<$ על $A \cup B$ באופן הבא:
יהיו $x, y \in A \cup B$. אם $x, y \in A$ אז $x <_A y$ או $x < y \iff x <_A y$ אם $x, y \in B$ אז $x <_B y$ או $x < y \iff x <_B y$ ואם בה"כ $x \in A, y \in B$ אז $x < y$.
הוכיחו שזהו סדר טוב.
2. תהי A סדורה היטב. נסמן ב- $A^{\mathbb{N}}$ את קבוצת הסדרות האינסופית מעל A . נגדיר יחס סדר על $A^{\mathbb{N}}$ באופן הבא: $(a_1, a_2, \dots) < (b_1, b_2, \dots) \iff a_i < b_i$ עבור $i = \min\{j \in \mathbb{N}, a_j \neq b_j\}$.
הוכח/הפרד: זהו סדר טוב.
3. תהי A קבוצה סדורה, $B \subseteq A$ קופינלית ב- A , $C \subseteq B$ קופינלית ב- B . הוכיחו ש- C קופינלית ב- A .
4. יהיו A, B סדורות היטב, ונניח שיש $f : A \rightarrow B$ איזומורפיזם סדר. הוכיחו ש- f יחידה.
5. הוכח/הפרד: $\mathbb{R} \cong \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. (איזומורפיזם סדר)
6. הוכח/הפרד: יהיו A, B קבוצות סדורות. אם יש $f : A \rightarrow B$ שומרת סדר, אז $g : B \rightarrow A$ שומרת סדר, או B איזומורפית סדר.