

דף נוסחאות מבוא להסתברות - מאת עומר ששוני:

קומבינטוריקה:

בלי סדר	עם סדר	בחירת k מתוך n עם חזרות
$\binom{n+k-1}{k}$	n^k	
$\binom{n}{k}$	$\binom{n}{k} * k!$	בלי חזרות

שונות משותפת:

$$COV(X, Y) = E(XY) - E(X) * E(Y)$$

מקדם המתאם:

$$\rho = \frac{COV(X, Y)}{\sqrt{V(X) * V(Y)}}$$

אם זה 1, שניהם עולים יחדיו

אם זה -1, אחד עולה כשהשני יורד

אי שוויונות:

מרקוב - $P(X \geq c) \leq \frac{E(X)}{c}$ עבור משתנה חיובי

$$P(|X - \mu| \geq c) \leq \frac{V(X)}{c^2}$$

$$P(\sum_{i=0}^n Xi - np > t\sqrt{np(1-p)}) < e^{-\frac{t^2}{2}}, xi \sim b(p)$$

$$\mu = 0, \sigma = 1 \Rightarrow P(x \geq k) \leq \frac{1}{k^2+1}$$

פונקציה יוצרת מומנטים:

$$E(X^n) = Mx^{(n)}(0), Mx(t) = E(e^{tX})$$

גרפים מקריים:

$G(n, p)$ הוא גרף בן n קודקודים, שבו בוחרים כל קשת

בסיכוי P ובאופן בלתי תלוי בקשתות האחרות. לפיכך,

נבחר גרף אחד מבין $2^{\binom{n}{2}}$ גרפים והסתברות בחירת

הגרף היא $e^{-\binom{n}{2}(1-p)}$, כאשר $e^{-\binom{n}{2}}$ מספר הקשתות.

סיגמא אלגברה:

משפחה הכוללת את התכונות הבאות:

1. סגורה למשלים
2. סגורה לאיחוד בן מנייה
3. כוללת את הקבוצה הריקה

משפט הגבול המרכזי:

x_1, \dots, x_n משתנים מקריים בעלי אותה

תוחלת μ ושונות σ^2 אזי:

$$\bar{x}_n = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \text{ , כאשר } \frac{\bar{x}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

מרחב הסתברות - שלשה סדורה F - סיגמא אלגברה, P - סגורה לאיחוד בן מנייה ו $P(\phi) = 0$, מרחב המדגם.

סיגמא אלגברה בורל - סיגמא אלגברה הנוצרת על ידי הקבוצות הפתוחות והסגורות המכילה חיתוך בן מנייה של קבוצות פתוחות, איחוד בן מנייה של קבוצות סגורות, קטעים מכל הסוגיים וקרניים.

הסתברות מותנית:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B) = \sum_{i=0}^n P(B|Ai) * P(Ai)$$

$$P(Ai|B) = \frac{P(Ai) * P(B|Ai)}{\sum_{j=0}^n P(Aj) * P(B|Aj)}$$

הקירוב הבינומי לפואסוני:

$X \sim Bin(np)$ אם n מספיק גדול - $X \sim Poi(\lambda = np)$

תוחלת:

$$E(aX + Y) = aE(X) + E(Y), E(X) = \sum_x x * P(X = x)$$

$$E(g(x)) = \sum_x g(x) * P(X = x)$$

אם X, Y לא תלויים - $E(X * Y) = E(X) * E(Y)$

$$E(X, Y) = \sum_x \sum_y x * y * P(X = x, Y = y)$$

שונות:

$$V(X) = E[(X - E(X))^2] = E(X^2) - E(X)^2$$

$$V(X) \geq 0, V(c) = 0, V(c + X) = V(X), V(cX) = V(-cX) = c^2V(X)$$

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y) - 2COV(X, Y) \text{ אם } X, Y \text{ בלתי תלויים } \sigma = \sqrt{V(x)}$$

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y) + 2COV(X, Y)$$

נוסחאות חשובות - תוחלת ושונות:

$$E(Y) = \sum_x E(Y|X = x) * P(X = x), E(Y|X = x) = \sum_y y * P(Y = y|X = x)$$

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} E(Y|X = x) * f_X(x)$$

$$V(Y) = E(V(Y|X)) + V(E(Y|X)), E(Y) = E(E(Y|X))$$