שאלות חזרה

מועד ב' קיץ 2017

1. (i) $A\triangle C\subseteq B\triangle C \overset{?}{\Leftarrow} A\subseteq B$

הפרכה:

$A=\emptyset$

$B=C=\{1\}$

$A\triangle C=\{1\}\nsubseteq \emptyset = B\triangle C$

(ii) $A\setminus(C\cup B)=\emptyset \overset{?}{\Leftarrow} A\setminus B\subseteq C$

הוכחה:

$A\setminus B\subseteq C$

$A\setminus(C\cup B)=\emptyset \Leftarrow A\subseteq \underbrace{(A\setminus B)}\cup B\subseteq B\cup C$

דרך אחרת:

$\Leftarrow a\notin B \Leftarrow a\notin C\cup B \Leftarrow a\in A\setminus(C\cup B)$

סתירה. $a\in C \underset{\text{מהנתון}}{\Leftarrow} a\in A\setminus B$

(iii) $B\setminus A=B \overset{?}{\Leftarrow} A\in P(B)$

הפרכה:

$\begin{cases} B=\{1,\{1\}\} \\ A=\{\{1\}\}\in P(B)\end{cases}$

$B\setminus A=\{1\}\neq B$.

(iv) $A\subseteq C \overset{?}{\Leftarrow} \overbrace{(A\cup B)\setminus C\subseteq (A\setminus B)\cap C}$

הוכחה: יהי $a\in A$, ונניח $a\in C$.

אם $a\in C$ סיימנו, אם $a\notin C$ אזי:

$$a\in (A\cup B)\setminus C$$

מהנתון: $a\in (A\setminus B)\cap C$ ובפרט $a\in C$, סתירה.

לכן $a\in C$. מ.ש.ל.

2. א. R יחס על $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$:

$$(a,b)R(c,d) \; : \; a\le c \wedge b=d$$

צ"ל יחס סדר חלקי:

רפלקסיבי: $\forall (a,b)\in \mathbb{N}\times\mathbb{N},\quad a\le a,\ b=b$

ולכן $(a,b)R(a,b)$

טרנזיטיבי: נניח $(a,b)R(c,d)$, $(c,d)R(e,f)$

אזי: $c\le e,\ d=f$ וגם $a\le c,\ b=d$

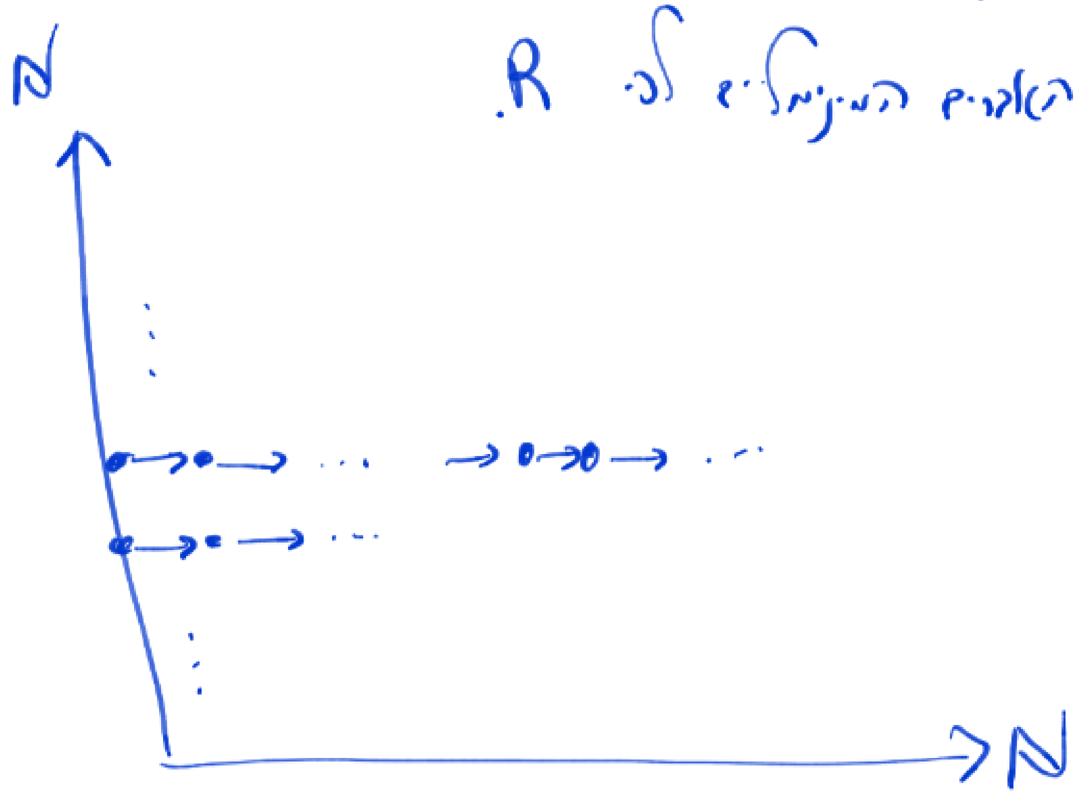
ולכן: $b=d=f$, $a\le c\le e$ $\Rightarrow (a,b)R(e,f)$

אנטיסימטרי: נניח $(a,b)R(c,d)\wedge(c,d)R(a,b)$

$\Downarrow$ $a\le c,\ b=d$; $\Downarrow$ $c\le a,\ d=b$

לכן $a=c$, $b=d$ $\Leftarrow$ $(a,b)=(c,d)$.

(ii) האיברים המינימליים לפי R.



האיברים המינימליים לפי R הם:

$$M=\{(1,n)\mid n\in\mathbb{N}\}$$

יהי $n\in\mathbb{N}$, נראה $(1,n)$ מינימלי לפי R.

נניח $(a,b)\le(1,n)$, אז $a\le 1,\ b=n$ $\overset{a\in\mathbb{N}}{\Leftarrow}$ $a=1$

סה"כ $(a,b)=(1,n)$.

יהי (a,b) מינימלי לפי R, נראה $a=1$.

בשלילה, אם $a>1$, ונקבל כי

$$(a-1,b)\le(a,b)$$

אך $(a-1,b)\neq(a,b)$ ולכן (a,b) אינו מינימלי, בסתירה, ולכן $a=1$.

לכן R' הוא יחס הסדר המינימלי לפי R.

(iii) אין איבר קטן ביותר. (נניח בשלילה (a,b) קטן ביותר, בפרט:

$$(a,b)\,R\,(a,b+1)$$

אך $b+1\neq b$, בסתירה.

(iv) לא, למשל:

$$(1,2)\not R(3,4)$$
$$(3,4)\not R(1,2)$$

(כי $2\neq 4$.)

ב. S יחס על $P(\mathbb{N})$:

$$XSY \;:\; X\subseteq Y \vee Y\subseteq X$$

- רפלקסיבי
- סימטרי
- טרנזיטיבי:

נראה כי S יחס שקילות. נמצא דוגמה:

$X=\{1\}$

$Y=\{1,2\}$

$Z=\{2\}$

מתקיים:

XSY , YSZ

כי $X\subseteq Y$ כי $Z\subseteq Y$

אך: $X\not S Z$ מכיוון ש- $X\not\subseteq Z$, $Z\not\subseteq X$

לפיכך S אינו דנומרבילי ולכן איננו יחס.

3.

L קב' של ישרים במישור $y=mx+n$
(שאינם מקבילים לציר ה-y)

D = אוסף נק' החיתוך של ישרים מ-L

M = אוסף השיפועים (m) של ישרים מ-L

א. M סופית $\overset{?}{\Longleftarrow}$ D בת מנ"ה

הפרכה:

$$L=\{y=2x+r \mid r\in\mathbb{R}\}\cup\{y=x\}$$

כאן $M=\{1,2\}$ סופית.

נחשב את D:

$$2x+r=y=x$$
$$x=-r$$

$$D=\{(r,r) \mid r\in\mathbb{R}\}$$

יש התאמה חח"ע (ועל): $f:\mathbb{R}\to D$

$$f(r)=(r,r).$$

לכן:

$$\aleph_0 \lneq \aleph=|\mathbb{R}|\le|D|$$

ולכן D איננה בת-מנ"ה.

ב. $|D| = \aleph \Leftarrow |M| = \aleph$

<u>הפרכה:</u>

נקח $L = \{ y = mx + 1 \mid m \in \mathbb{R} \}$

$M = \mathbb{R}$ (ואז $|M| = |\mathbb{R}| = \aleph$).

נחשב נק' חיתוך: נניח:

$m \neq m'$

$$m'x + 1 = y = mx + 1$$

$$\Downarrow$$

$$(m - m')x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 1$$

ולכן $|D| = |\{(0,1)\}| = 1$ ולא $\aleph$, סתירה.

ג. $|L| = \aleph \overset{?}{\Leftarrow} |M| = \aleph$

<u>הוכחה:</u> נוכיח:

$$\aleph \leq |L| \leq \aleph$$

ונסיק מק-ש-ב $|L| = \aleph$.

<u>$|L| \leq \aleph$:</u>

$$g : L \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$g(y = mx + n) = (m, n)$$

זו פונק' <u>חח"ע</u> ולכן:

$|L| \leq |\mathbb{R} \times \mathbb{R}| = |\mathbb{R}| \cdot |\mathbb{R}| = \aleph \cdot \aleph = \aleph$

$|L| \le |\aleph \times \aleph| = |\aleph| \cdot |\aleph| = \aleph \cdot \aleph = \aleph$

[illegible]

$\underline{\aleph \le |L|}$: נראה פונק' על:

$$f: L \longrightarrow M$$

$$f(y=mx+n) = m$$

ברור כי זו פונק' על (מהגדרת M)
ולכן:

$$|L| \ge |M| = \aleph$$

ראינו בכיתה   נתון

סה"כ מק-ש-ב $|L| = \aleph$.   מ.ש.ל.

2. L בת מנייה $\Longleftarrow$ D בת מנייה.

אם $D=\emptyset$ סיימנו. אחרת, תהי $P \in D$ נק' כלשהי.
נגדיר:

$$f: L \times L \longrightarrow D$$

לכל:

$f(l_1, l_2) = \Big\{$ נק' החיתוך , $l_1 \ne l_2$ נחתכים

ו-l_1 ו-l_2 נחתכים ב- P
$l_1 = l_2$

f מוגדרת היטב מכיוון שלכל שני ישרים שונים יש לכל היותר נק' חיתוך אחת.

נראה, מלאכת, f על. לכל $Q \in D$ ישנם שני ישרים $l_1, l_2 \in L$ כך ש-Q חיתוכם ולכן:

$$f(l_1, l_2) = Q.$$

מסקנה:

$$|D| \le |L \times L| = |L| \cdot |L| \underset{\text{נתון}}{\le} \aleph_0 \cdot \aleph_0 \underset{\text{משפט}}{=} \aleph_0$$

לכן D בת-מנייה. מ.ש.ל.

4) א. צ"ל: למה נק' השבת שהגדרנו קיימת.

הוכחה: $\mathcal{L} = \{X \mid X \subseteq \varphi(X)\}$

$$C := \bigcup_{X \in \mathcal{L}} X$$

נוכיח: $\varphi(C) = C$

ב. A קב'

$\psi: P(A)\to P(A)$, $\psi(A)\neq A$

לכל $X\subseteq A$ מתקיים: $X\cup\psi(\psi(X))=A$

צ"ל: אם $X,Y\subseteq A$ כך ש- $X\subseteq Y$

אז $\psi(X)\nsubseteq\psi(Y)$.

<u>הוכחה:</u> נניח בשלילה שלכל $X,Y\subseteq A$ כך ש- $X\subseteq Y$

מתקיים כי: $\psi(X)\subseteq\psi(Y)$.

עת לפי סעיף א'/למת נק' השבת קיימת $K\subseteq A$:

$$\psi(K)=K$$

$$\Downarrow$$

$$\psi(\psi(K))=\psi(K)=K$$

$$\Downarrow$$

$$A \underset{\text{נתון}}{=} K\cup\psi(\psi(K))=K\cup K=K$$

ולכן $K=A$ כלומר $\psi(A)=A$ בסתירה לנתון.

לכן הנחתנו לא נכונה

מ.ש.ל.

5. א.

$$A_1 = \phi$$

$$A_{n+1} = P(A_n) \setminus A_n$$

צ"ל: $\phi \in A_{2n}$.

<u>הוכחה:</u> נוכיח באינדוקציה את הפסוק:

$$\boxed{\varphi(n) = \phi \notin A_{2n-1} \wedge \phi \in A_{2n}}$$

<u>$\varphi(1)$</u>: צ"ל: $\phi \notin A_1$ וגם $\phi \in A_2$.

$A_1 = \phi$ ולכן, $\phi \notin \phi = A_1$,

בנוסף:

$$A_2 = P(A_1) \setminus A_1 = P(\phi) \setminus \phi =$$
$$= \{\phi\} \setminus \phi = \{\phi\}$$

ולכן $\phi \in A_2$.

<u>נניח את נכונות $\varphi(n)$ ונוכיח את נכונות $\varphi(n+1)$</u>.

צ"ל: $\phi \notin A_{2(n+1)-1} = A_{2n+1}$

וגם

$\varphi \in A_{2(n+1)} = A_{2n+2}$

ראשית, $A_{2n+1} = P(A_{2n}) \setminus A_{2n}$

אך מהנחת האינדוקציה ($\varphi(n)$) ידוע כי $\phi \in A_{2n}$

ולכן: $\phi \notin A_{2n+1}$.

שנית, $A_{2n+2} = \underbrace{P(A_{2n+1})}_{\ni \phi} \setminus \underbrace{A_{2n+1}}_{\not\ni \phi}$

כי מוכלת ב- A_{2n+1} לכן שייכת לקב' החזקה של A_{2n+1}

ולכן: $\phi \in A_{2n+2}$

והוכחנו את נכונות $\varphi(n+1)$.

מ.ש.ל.

ג. לא בחומר.

11^{00}

מועד ב' קיץ 2016

1. א. $A = \{1,2\}^{\{1,2\}}$

$f R g \iff f(1)-f(2) = g(1)-g(2)$

R יח"ש -

רפ': תהא $f\in A$, אזי:

$$f(1)-f(2)=f(1)-f(2)$$

ולכן fRf

סימטריות: אם fRg אז $f(1)-f(2)=g(1)-g(2)$

אז $g(1)-g(2)=f(1)-f(2)$

ולכן gRf

טרנזיטיביות: אם fRg, gRh אז

$$f(1)-f(2)=g(1)-g(2),\quad g(1)-g(2)=h(1)-h(2)$$

ומכאן $f(1)-f(2)=h(1)-h(2)$ ולכן fRh.

$$A=\left\{\underbrace{\begin{Bmatrix}(1,1)\\(2,1)\end{Bmatrix}}_{f_1},\underbrace{\begin{Bmatrix}(1,1)\\(2,2)\end{Bmatrix}}_{f_2},\underbrace{\begin{Bmatrix}(1,2)\\(2,1)\end{Bmatrix}}_{f_3},\underbrace{\begin{Bmatrix}(1,2)\\(2,2)\end{Bmatrix}}_{f_4}\right\}$$

$$f_1(1)-f_1(2)=0$$
$$f_2(1)-f_2(2)=-1$$
$$f_3(1)-f_3(2)=1$$
$$f_4(1)-f_4(2)=0$$

ולכן מח"ש:

$\{f_1, f_4\}, \{f_2\}, \{f_3\}$

ד. A, B, C קב' סופיות.

(i) $A \setminus B \subseteq B \setminus C \overset{?}{\Rightarrow} A \subseteq B$

הוכחה: יהי $a \in A$ ונראה כי $a \in B$.

אם $a \in B$, סיימנו. אחרת, $a \notin B$ ולכן $a \in A \setminus B$. מהנתון נקבל כי $a \in B \setminus C$ ומשם

$a \in B$, בסתירה להנחה.

לכן, $a \in B$, והוכחנו $A \subseteq B$. מ.ש.ל.

(ii) $(A \setminus B)^c \subseteq (B \setminus C)^c \overset{?}{\Rightarrow} C^c \subseteq B^c$

$(A, B, C \subseteq U)$

שקול להוכיח:

$B \setminus C \subseteq A \setminus B \Rightarrow B \subseteq C$

יהי $b \in B$ ונוכיח כי $b \in C$.

אם $b \in C$ סיימנו, אחרת, $b \notin C$.

לכן $b \in B \setminus C$ ומהנתון $b \in A \setminus B$

ובפרט $b \notin B$, בסתירה להנחה ש- $b \in B$.

לכן $b \in C$. הוכחנו: $B \subseteq C$. מ.ש.ל.

(iii) מס׳ הפונקציות מ- A ל- $P(B)$
= מס׳ הפונקציות מ- B ל- $P(A)$

הוכחה:

$$\left|P(B)^A\right| = |P(B)|^{|A|} = \left(2^{|B|}\right)^{|A|} = 2^{|B||A|} =$$
$$= 2^{|A||B|} = \left(2^{|A|}\right)^{|B|} = |P(A)|^{|B|} = \left|P(A)^B\right|$$

מ.ש.ל.

2. $A = \{1,2,3\}^{\{1,2,3\}}$

$$fRg \iff f^{-1}[\{1,2\}] = g^{-1}[\{1,2\}]$$
$$fSg \iff \forall\, 1 \le i \le 3,\ f(i) \le g(i)$$

א. R יח״ש:

רפ׳ – לכל $f \in A$:

$$f^{-1}[\{1,2\}] = f^{-1}[\{1,2\}]$$

ולכן fRf.

סי׳ – יהיו $f,g \in A$, אם fRg אז

$$f^{-1}[\{1,2\}] = g^{-1}[\{1,2\}]$$

אז: $g^{-1}[\{1,2\}] = f^{-1}[\{1,2\}]$

לכן gRf.

<u>טרנז'</u> - אם fRg וגם gRh אז:

$$f^{-1}[\{1,2\}]=g^{-1}[\{1,2\}], \quad g^{-1}[\{1,2\}]=h^{-1}[\{1,2\}]$$

לכן:

$$f^{-1}[\{1,2\}]=h^{-1}[\{1,2\}]$$

לכן:

fRh.

דוגמה:

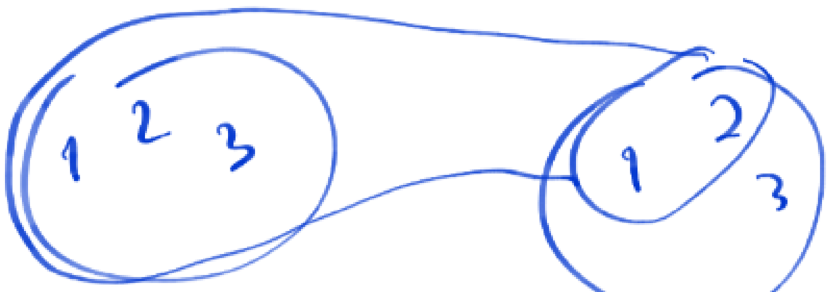
$f(1)=1$

$f(2)=f(3)=2$

$$[f]_R=\{g\in A \mid gRf\}=$$

$$=\{g\in A \mid g^{-1}[\{1,2\}]=f^{-1}[\{1,2\}]=\{1,2,3\}\}=$$

$$=\{g\in A \mid \operatorname{Im} g\subseteq\{1,2\}\}=$$



$$=\{1,2\}^{\{1,2,3\}}$$

אם $\{1,2,3\}=g^{-1}[\{1,2\}]$ אז

$g(1), g(2), g(3)\in\{1,2\}$

ולכן $\operatorname{Im} g \subseteq \{1,2\}$

אם $\operatorname{Im} g \subseteq \{1,2\}$ אז $g(1), g(2), g(3) \in \{1,2\}$

ולכן $g^{-1}[\{1,2\}] = \{1,2,3\}$.

ד. - מהי מחלקה של R?

- מחלקה של אבר אחד

נבנה פונקציה חח״ע ועל:

$$F : A/R \longrightarrow P(\{1,2,3\})$$

כך:

$$F([g]_R) = g^{-1}[\{1,2\}]$$

F מוגדרת היטב: נניח $[g]_R = [h]_R$

צ״ל: $F([g]_R) = F([h]_R)$.

אכן - $[g]_R = [h]_R$ ולכן gRh ולכן:

$$\begin{array}{ccc} g^{-1}[\{1,2\}] & = & h^{-1}[\{1,2\}] \\ \| & & \| \\ F([g]_R) & & F([h]_R) \end{array}$$

והוכחנו חד-ערכיות.

F חח"ע: נניח $F([g]_R)=F([h]_R)$ אז.

$$g^{-1}[\{1,2\}] = h^{-1}[\{1,2\}]$$

ולכן: gRh כלומר $[g]_R=[h]_R$.

F על: יהא $S\subseteq\{1,2,3\}$, נראה שקיים $g:\{1,2,3\}\to\{1,2,3\}$ כך ש- $F([g]_R)=S$.

בהינתן S, נגדיר פונקציה g:

$$g(i)=\begin{cases} 1 & , i\in S \\ 3 & , i\notin S \end{cases}$$

אכן:

$$F([g]_R) = g^{-1}[\{1,2\}] = \{i\in\{1,2,3\} \mid g(i)\in\{1,2\}\} = S$$

הראנו כי F פונק' חח"ע ועל:

$$F: A/R \longrightarrow P(\{1,2,3\})$$

ולכן:

$$|A/R| = |P(\{1,2,3\})| = 2^{|\{1,2,3\}|} = 2^3 = 8$$

$= 2 \qquad = 2 - 8$

לכן יש 8 מחלקות.

נציג מחלקה: $f(1)=f(2)=f(3)=3$

אז:

$$[f]_R = \{ g:\{1,2,3\}\to\{1,2,3\} \mid g^{-1}[\{1,2\}] = f^{-1}[\{1,2\}] = \emptyset \} =$$

$$= \{ g:\{1,2,3\}\to\{1,2,3\} \mid \operatorname{Im} g \subseteq \{3\} \} =$$

$$= \{ f \}$$

ג.

$$fSg \iff \forall_{1\le i\le 3},\ f(i)\le g(i)$$

S יחס סדר חלקי:

רפלקסיביות - נניח $f\in A$, אז $\forall 1\le i\le 3$: $f(i)\le f(i)$

לכן fSf.

אנטי-סימטריות - נניח fSg, gSf, אז לכל $1\le i\le 3$: $f(i)\le g(i),\ g(i)\le f(i)$

ולכן $f(i)=g(i)$. לכן $f=g$.

טרנזיטיביות - נניח $fSg,\ gSh$ אז לכל $1\le i\le 3$:

$$f(i) \le g(i), \quad g(i) \le h(i)$$

ולכן $f(i) \le h(i)$ לכל $1 \le i \le 3$.

ולכן $f \, S \, h$.

ב. ב-A קיים איבר קטן ביותר m ביחס ל-S.

נגדיר:

$$m(1)=m(2)=m(3)=1$$

נוכיח כי m קטן ביותר.

תהי $f \in A$ כלשהי. נוכיח כי $m \, S \, f$.

אזי $f(1), f(2), f(3) \in \{1,2,3\}$

ולכן $f(1), f(2), f(3) \ge 1 = m(1)=m(2)=m(3)$

לכן:

$$\left.\begin{array}{l} m(1) \le f(1) \\ m(2) \le f(2) \\ m(3) \le f(3) \end{array}\right\} \Rightarrow m \, S \, f$$

ג. $A \setminus \{m\}$ נוכיח כי המינימליים קיימים

הם:

$$\{ n_1 , n_2 , n_3 \}$$

כאשר:

$$n_1(1)=2, \quad n_1(2)=n_1(3)=1$$

$n_2(2)=2$, $n_2(1)=n_2(3)=1$

$n_3(3)=2$, $n_3(1)=n_3(2)=1$

צ״ל: $1\le j\le 3$, לכל n_j הוא מינימלי ב-$A\setminus\{m\}$.

נניח כי $\underbrace{f\le n_j}_{\text{כלומר:}}$ ונראה $f=n_j$.

$f(1)\le n_j(1)$

$f(2)\le n_j(2)$

$f(3)\le n_j(3)$

בפרט, $f(j)\le 2=n_j(j)$

$f(k)=1=n_j(k)\ \forall k\ne j$

אם, אם $f(j)=1$ אז $f=m$, בסתירה לכך ש-$f\in A\setminus\{m\}$.

לכן, $f(j)=2$, $f(k)=1$ $\forall k\ne j$

ולכן: $f=n_j$.

עתה, לכל $g\in A\setminus\{m\}$ מינימלי.

נניח בשלילה כי $g\ne n_j$ לכל $1\le j\le 3$.

ולכן כי לכל $1\le j\le 3$: $g(j)\ne n_j(j)=2$ $\rightarrow$

$\exists k \neq j$ אז:

$$g(k) \neq n_j(k) = 1$$

אם לאישהו $1 \le j \le 3$ מתקיים המקרה השני אז:

$$g(k) > 1$$

לכן $g(k)=2$ או $g(k)=3$

ובכל מקרה: $n_k S g$.

לכן נניח שלכל $1 \le j \le 3$ מתקיים המקרה הראשון:

$$g(j) \neq 2 .$$

$g \in A \setminus \{m\}$ ולכן לא ייתכן כי $\forall j \; g(j)=1$

לכן קיים $1 \le j \le 3$ כך ש-

$$g(j) \neq 1,2 \Rightarrow g(j)=3$$

ולכן: $n_j S g$.

קיבלנו שלכל g מינימלי, הרי שבכל מקרה קיים $1 \le i \le 3$ כך ש-

$$n_i S g$$

מינימלי $g \Leftarrow g=n_i$, ולכן

$\{n_1,n_2,n_3\}$ הוא קב' המינימלים

ביחס ל-S ב-$A\setminus\{m\}$.

מ.ש.ל.

3.

$$S=\{R \mid R \text{ יחס על } \mathbb{N}\}$$

א.

$$|S| \le \aleph$$

כל יחס הוא יחס ולכן מהווה תת-קב' של המכפלה הקרטזית. לכן:

$$S \subseteq P(\mathbb{N}\times\mathbb{N})$$

מכאן:

$$|S| \le |P(\mathbb{N}\times\mathbb{N})| = 2^{|\mathbb{N}\times\mathbb{N}|} = 2^{|\mathbb{N}|\cdot|\mathbb{N}|} = 2^{\aleph_0\cdot\aleph_0} = 2^{\aleph_0} = \aleph$$

כי:

$\aleph_0\cdot\aleph_0=\aleph_0$

ראינו בכיתה

ג.

$$A=\mathbb{N}\setminus\{1,2\}$$

$\mathcal{J} = \{$ קב' החלוקות D של $\mathbb{N}$ כך ש- $|D|=2 \}$

חלוקה של $\mathbb{N}$: קב' של תתי-קב' זרות-בזוגות שאיחודן הוא הקב' כולה ($\mathbb{N}$).

אצלנו:

$$|D|=2 \Rightarrow D=\{C_1, C_2\}$$

כך ש- $C_1 \cap C_2 = \emptyset$

ומתקיים: $C_1 \cup C_2 = \mathbb{N}$.

נגדיר פונק' חח"ע:

$$f: P(A) \longrightarrow \mathcal{J}$$

$$f(X) = \{X, \mathbb{N} \setminus X\}$$

אזי f מוגדרת היטב מאחר ש- $\{X, \mathbb{N} \setminus X\}$ חלוקה מגודל 2.

נראה כי f חח"ע: נניח:

$$f(X) = f(Y)$$

$$\{X, \mathbb{N} \setminus X\} \quad \{Y, \mathbb{N} \setminus Y\}$$

דהיינו, $X\in\{Y,\mathbb{N}\setminus Y\}$. יש שני מקרים:

① $\underline{X=Y}$, וסיימנו.

② $\underline{X=\mathbb{N}\setminus Y}$, $Y\subseteq A$ ולכן $1\notin Y$

ולכן $1\in\mathbb{N}\setminus Y$ ולכן

$1\in X$

בסתירה לכך ש- $X\subseteq A$.

לכן $Y=Y$, והוכחנו כי f חח"ע.

ג. $|\mathbb{J}|=\aleph$.

ראשית נראה פונק' חח"ע:

$$f:\mathbb{J}\longrightarrow S$$

$$f(D)=R$$

כאשר R היחס המושרה מ- D.

R יח"ש, והוא מגדיר את החלוקה (מושרה),

לכן f חח"ע.

לכן לפי א': $|\mathbb{J}|\le|S|\le\aleph$.

מצד. לפי ב':

$$|P(A)| \leq |J|$$

$$\aleph = 2^{\aleph_0} = 2^{|A|}$$

A אינסופית-
בת-מנייה

קנטור - שרדר - ברנשטיין

$$|J| = \aleph \,.$$

מ.ש.ל.

4 — א - רעיון דרכה.
ב - תרגיל.

5 — לא בחומר.