אוניברסיטת תל אביב
בית הספר לפיזיקה ואסטרונומיה

מספר חוברת

61

ת.ז. 306318171

סמסטר א' תשס"ו
בחינת מעבר מועד א'
מועד הבחינה: 23.02.06
משך הבחינה: שלוש שעות

מבחן בקורס 0321-1104: "פרקים נבחרים בפיסיקה קלאסית"

פרופ' אלכסנדר פלבסקי
נדב ריצ'מן

ענה/י על כל שלוש השאלות. כל שאלה שווה 33 נקודות, סה"כ 99 נקודות + נקודה בונוס.

הוראות לנבחן

1. מותר להשתמש בדף נוסחאות אחד ובמחשבון בלבד.
2. יש לשים את כל מכשירי הקשר במצב off ולהשאיר בילקוט או למסור למשגיחה.
3. תשובות יש לכתוב במחברת הבחינה בצורה ברורה. יש לפרט במקום את הנוסחאות והעקרונות בהם נעזרתם ואת שלבי הפתרון העיקריים.
4. **ניתן (אין חובה) להשתמש בקבועים הבאים:**

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$$

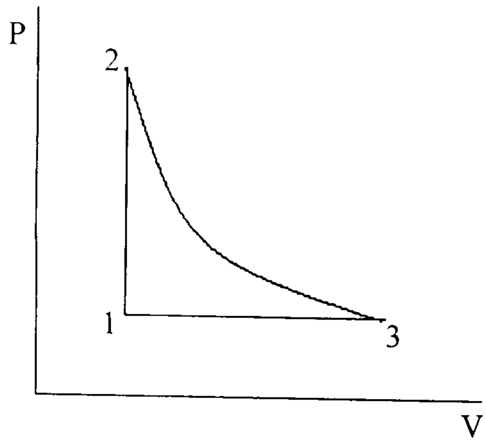
$$R = 8.31 \frac{J}{mole \cdot K}$$

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} \frac{molecules}{mole}$$

$$g = 10 \frac{m}{\sec^2}$$

5. בהצלחה!

שאלה	ציון
1	
2	
3	
סה"כ	



שאלה 1

נתונים התהליכים הבאים בדיאגרמת PV. חומר העבודה הוא n מולים של גז אידיאלי מונואטומי.

התהליך $1 \leftrightarrow 2$ הוא תהליך איזוכורי.

התהליך $2 \leftrightarrow 3$ הוא תהליך אדיאבטי.

התהליך $1 \leftrightarrow 3$ הוא תהליך איזוברי.

נתונים P_2 , P_1 , V_1

(6 נק') א. בטאו את T_3 , P_3 , V_3 ע"י n , P_2 , P_1 , V_1.

(5 נק') ב. קבלו ביטוי לשינוי באנטרופיה בתהליך $1 \rightarrow 2$

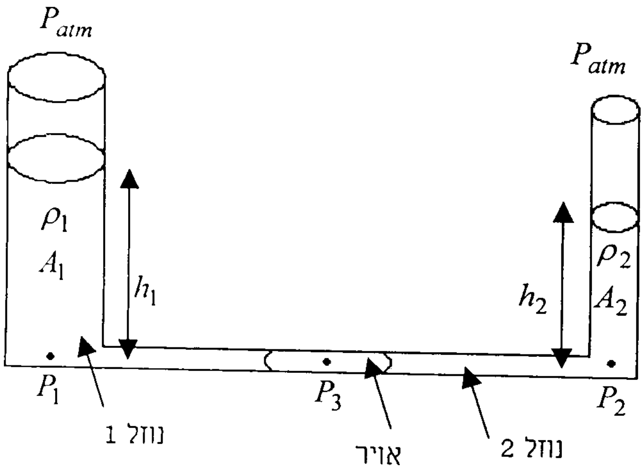
(5 נק') ג. קבלו ביטוי לשינוי באנטרופיה בתהליך $2 \rightarrow 3$

(8 נק') ד. באיזה סעיף ב' או ג' התקבלה תוצאה גבוהה יותר? הסבירו.

(9 נק') ה. נתונה התפלגות מקסוול:

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_BT}}$$

מצאו <u>והוכיחו</u> ע"י שימוש בהתפלגות מהי המהירות השכיחה ביותר עבור טמפרטורה מסויימת, וחשבו את היחס בין המהירויות השכיחות ביותר בנקודות 3 ו- 1



שאלה 2

נתונים שני מכלים הפתוחים לאוויר.
נתון:
שטחי החתכים A_1 , A_2
צפיפויות הנוזלים במכלים: ρ_1 , ρ_2
המכל השמאלי מלא בנוזל עד לגובה h_1

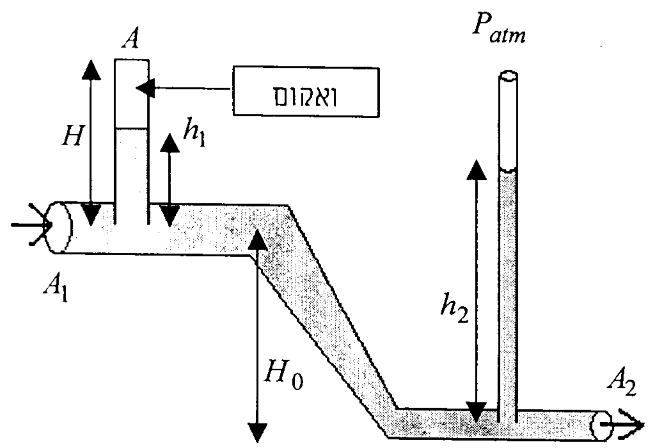
החלק התחתון של המכלים מחובר ע"י צינור דק עם שטח חתך $A_3 = \pi r_3^2$ **ובין שני הנוזלים מפרידה בועת אוויר שרוחבה** x **. זווית המגע של האוויר עם כל נוזל היא** θ_1 , θ_2 **ומתח הפנים הוא** γ_1 , γ_2 **בהתאמה.**

(10 נק') **א. חשבו את הלחץ** P_3 **בתוך בועת האוויר.**

(10 נק') **ב. חשבו את גובה הנוזל במכל הימני** h_2

אל המכל השמאלי מוסיפים כמות נוזל ΔV_1.

(13 נק') ? **ג. בכמה תזוז בועת האוויר ובאיזה כיוון? אין להזניח את נפח הנוזל שבצינור המחבר בין המכלים, אך הניחו כי נפח הבועה לא משתנה.**



<u>**שאלה 3**</u>

נתון צינור כמתואר בשרטוט. דרך הצינור מוזרמים מים (צפיפות $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$) בקצב קבוע משמאל לימין. הניחו כי הזרימה אידיאלית ואין חיכוך.

נתון:

שטח חתך הצינור בצדו השמאלי: $A_1 = \pi r_1^2 = 10 cm^2$

שטח חתך הצינור בצדו הימני: $A_2 = \pi r_2^2 = 5cm^2$

מפל הגבהים בין הכניסה ליציאה הוא: $H_0 = 10 cm$

מהירות המים הנכנסים בצדו השמאלי: $v_1 = 1 \frac{m}{\sec}$

אל צדו הימני של הצינור מחוברת צינורית נימית עם רדיוס $r = 1mm$ הפתוחה לאוויר (לחץ אטמוספרי: $P_{atm} = 10^5 \, Pa$). גובה המים בצינורית ביחס לתחתית הצינור הוא $h_2 = 80 cm$. הזניחו השפעת מתח פנים.

בצדו השמאלי של הצינור מחובר צינור נוסף עם שטח חתך $A = 3cm^2$ שגובהו $H = 20 cm$ ומרוקן מאוויר (ואקום).

חום כמוס לאידוי של מים: $L = 4 \times 10^4 \frac{J}{mole}$

(5 נק') **א.** מצאו באיזה גובה h_1 מתחתית הצינור יהיו פני המים בתוך הצינור עם הואקום. נתון כי המים נמצאים בטמפרטורה הקרובה ל- $0^\circ C$, כך שניתן להזניח את לחץ האדים.

(10 נק') **ב.** מחממים את המים לטמפרטורה של $95^\circ C$. מה יהיה הגובה h_1 כעת?

(10 נק') **ג.** כמה מולים של מים הפכו לגז בחימום מסעיף א' ל- ב' ?

(8 נק') **ד.** כמה חום נלקח מהמים בתהליך החימום מסעיף א' ל- ב' ?

מחברת מס' ____

מתוך ____ מחברות

54

TEL AVIV UNIVERSITY אוניברסיטת תל-אביב

הוראות לנבחנים ולנבחנות (נכתבו בלשון זכר אך נועדו לשני המינים)

לפני התחלת הבחינה מלא את כל הפרטים הבאים בכתב ברור וקרא בעיון את ההוראות:

תאריך הבחינה 18/8/06

שם הקורס פרקים נבחרים בפיסיקה

שם המורה פרופ' אלכסנדר פלכסר

החוג/המגמה פיזיקה - חשמל

מס' זיהוי
(העתק מכרטיס הנבחן/התלמיד)
0 6 0 4 1 1 4 7 4 5

לשימוש המורה הבוחן:

הציון 100

המחברת נבדקה ביום 21.8.06

חתימת המורה [signature]

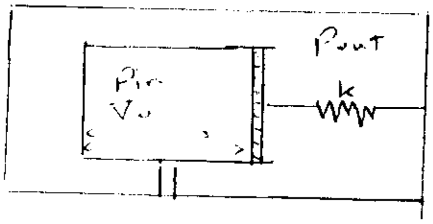
097591

1. הנך נדרש לשמור על טוהר הבחינה ועל עבודה עצמית ולהישמע להוראות המשגיחים ולנוהלי האוניברסיטה. אין להעתיק, אין לדבר ואין להעביר חומר בין הנבחנים.

נבחן הנוהג בניגוד להוראות צפוי להפסקת בחינתו ולהעמדה לדין משמעתי.

2. על הנבחן להבחן בחדר שבו הוא רשום.
3. אין להחזיק **טלפונים ניידים** או **אמצעי תקשורת** ומכשירים אלקטרוניים כלשהם בזמן הבחינה. על הנבחן להניח את כל חפציו האישיים בצד החדר הרחק ממקום מושבו.
4. אין להחזיק בהישג יד, בחדר הבחינה או בסמוך לו, כל חומר הקשור לבחינה או לקורס פרט לחומר שהשימוש בו הותר בכתב על ידי המורה.
5. קריאת השאלון מותרת רק לאחר קבלת רשות מהמשגיח.
6. נבחן לא יעזוב את מקומו ולא את חדר הבחינה בטרם סיים את הבחינה ללא קבלת רשות מהמשגיח. בעת יציאה מן החדר, יפקיד הנבחן את מחברות הבחינה והשאלון (טופס הבחינה) בידי המשגיח.
7. נבחן שנכנס לחדר הבחינה וקיבל את השאלון לידיו, לא יהא רשאי לעזוב אותו אלא כעבור חצי שעה לפחות ממועד תחילתה ורק לאחר שיחזיר למשגיח את המחברת **ואת השאלון**, ויקבל ממנו את התעודה המזהה שאותה מסר עם כניסתו לכיתה. נבחן שהחליט לעזוב בלי לכתוב את הבחינה ייחשב כמי שנבחן במועד זה וציונו יהיה "0".
8. אין לכתוב את השם או כל פרט מזהה אחר בתוך המחברת. פרטי הנבחן ימולאו על כריכת המחברת במקום המיועד לכך בלבד.
9. אין לתלוש דפים מהמחברת. טיוטה תיכתב בתוך המחברת בלבד. אין להשתמש בדפים שהביא הנבחן.
10. יש לכתוב את התשובות בעט כחול או שחור, בכתב יד ברור ונקי. בתום הבחינה יחזיר הנבחן את המחברת והשאלון ויקבל מיד המשגיח את התעודה המזהה.
11. **אין לכתוב מעבר לקו האדום משני צידי הדף.**

בהצלחה.



שאלה 1:

נתון: $C_p = 5/2R$, $C_v = 3/2R$, $n = 1$

k , ΔL , V_0 , $P_{out} = 0$, A

א.

$$P_{out} + \frac{k\cdot\Delta L}{A} = P_{in} \Rightarrow \underline{\underline{P_0 = \frac{k\cdot\Delta L}{A}}}$$

$$P_0V_0 = nRT_0 \Rightarrow T_0 = \frac{P_0V_0}{\underset{=1}{nR}} = \underline{\underline{\frac{k\cdot\Delta L\cdot V_0}{A\cdot R} = T_0}}$$

ב.

$$P = \frac{nRT}{V} \quad ; \quad \cancel{T = \frac{k\cdot\Delta L_0\cdot V}{A\cdot R}} \quad ; \quad \Delta L = \frac{V_0 - V}{A} + \Delta L_0$$

$$\cancel{T = \frac{k\cdot V}{A\cdot R}\cdot\left(\frac{V_0 - V}{A}\right)}$$

$$\Delta L = \underset{\Delta L_1}{\frac{V_0 - V}{A}} + \underset{\Delta L_0}{\frac{P_0 A}{k}} \quad ; \quad T = \left(\frac{k\cdot\Delta L}{A}\right)\cdot\frac{V}{R\cdot \underset{=1}{n}}$$

$$T = \left(\frac{V_0 - V}{A} + \frac{P_0 A}{k}\right)\cdot\frac{k}{A}\cdot\frac{V}{R} \cancel{= \frac{k}{A^2}(V_0 + V)}$$

$$T = \frac{kV}{A^2R}(V_0 - V) + \frac{P_0 V}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{R}{V}\left[\frac{kV}{A^2R}(V_0 - V) + \frac{P_0 V}{R}\right] = \frac{k}{A^2}(V_0 - V) + P_0$$

$$\underline{P = \frac{k}{A^2}(V_0 - V) + P_0}$$

ג.

$$\underline{\underline{T_1 = \frac{kV_1}{A^2R}(V_0 - V_1) + \frac{P_0V_1}{R}}}$$

ד. בכל תהליך הפיכותי:

$$dQ = dU + dW \quad ; \quad dU = \overset{1}{n}C_v dT$$
$$dW = p\,dV$$

$$\Rightarrow \underline{dQ = \frac{3}{2}R\,dT + p\,dV}$$

$$\Rightarrow \int_0^Q dQ = \frac{3}{2}R\int_{T_0}^{T_1} dT + \int_{V_0}^{V_1} p\,dV \quad ; \quad T_1 = \frac{kV_1}{A^2R}(V_0 - V_1) + \frac{P_0V_1}{R}$$

$$Q = \frac{3}{2}R\,(T_1 - T_0) + \int_{V_0}^{V_1}\left[\frac{k}{A^2}(V_0 - V) + P_0\right]dV$$

$$Q = \frac{3}{2}R(T_1 - T_0) + \int_{V_0}^{V_1} P_0\,dV + \int_{V_0}^{V_1} \frac{k}{A^2}(V_0 - V)\,dV$$

$$= \frac{3}{2}R(T_1 - T_0) + \left(P_0 + \frac{k}{A^2}V_0\right)(V_1 - V_0) - \frac{k}{A^2}\cdot\frac{V^2}{2}\Big|_{V_0}^{V_1}$$

$$Q = \frac{3}{2}R(T_1 - T_0) + \left(P_0 + \frac{k}{A^2}V_0\right)(V_1 - V_0) - \frac{k}{2A^2}\left(V_1^2 - V_0^2\right)$$

$$S = \int \frac{dQ}{T}$$

$$P\,dV = nR\,dT - V\,dP$$

$$= \int \left(\frac{3/2\,R\,dT}{T} + \frac{P\,dV}{T}\right) = \frac{3}{2}R\ln\frac{T_1}{T_0} + \int_{V_0}^{V_1}\frac{P\,dV}{T}$$

$$\begin{cases} P = \frac{k}{A^2}(V_0 - V) + P_0 \\ T = \frac{kV}{A^2R}(V_0 - V) + \frac{P_0 V}{R} \end{cases} \Rightarrow \frac{P}{T} = \frac{\frac{k}{A^2}(V_0 - V) + P_0}{\frac{V}{R}\left[\frac{k}{A^2}(V_0 - V) + P_0\right]}$$

$$\frac{P}{T} = \frac{R}{V} \longleftarrow$$ ברור!

$$\boxed{\Delta S = 3/2\,R\ln\frac{T_1}{T_0} + \int_{V_0}^{V_1} R\frac{dV}{V} = \frac{3}{2}R\ln\frac{T_1}{T_0} + R\ln\frac{V_1}{V_0} = \Delta S}$$

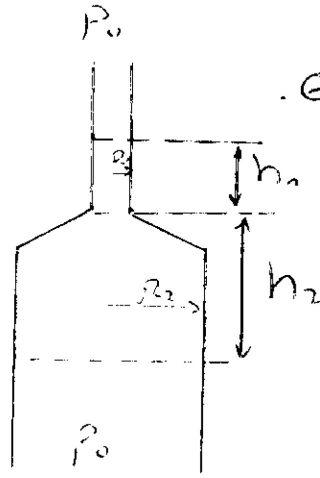
מכיוון שוב שאם T_1 ו- T_0 נתונים
כמו בסע' הקודם ואין ΔS להציב אותם

33

שאלה 2:

נתון: M, γ, R_1, R_2. $h_1, h_2 >> R_1 < R_2$, $\theta = 0$.

P_0 - נתון!



$$P_0 - \rho g h_2 - \underbrace{\frac{2\gamma\cos\theta}{R_2}}_{\text{[illegible]}} - \rho g h_1 + \underbrace{\frac{2\gamma\cos\theta}{R_1}}_{\text{[illegible]}} = P_0$$

$$\rho \cdot \pi R_1^2 \cdot h_1 + \rho \cdot \pi R_2^2 \cdot h_2 = M$$

א. עבור h_1:

$$(\text{א})\ h_2 = \frac{-\rho \cdot \pi R_1^2 \cdot h_1 + M}{\rho \pi R_2^2} = \frac{M}{\rho \pi R_2^2} - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 h_1$$

33

$$\Rightarrow -\rho g h_2 - \frac{2\gamma}{R_2} - \rho g h_1 + \frac{2\gamma}{R_1} = 0$$

$$\Rightarrow -\rho g \left[\frac{M}{\rho \cdot \pi R_2^2} - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 h_1\right] - \rho g h_1 = 2\gamma\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$\Rightarrow \rho g h_1 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 - \frac{Mg}{\pi R_2^2} - \rho g h_1 = 2\gamma\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \quad / \cdot -1$$

$$\rho g h_1 \left(1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right) = 2\gamma\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) - \frac{Mg}{\pi R_2^2}$$

$$\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2} = \frac{(R_2 - R_1)(R_2 + R_1)}{R_2^2}$$

$$\rho g h_1 \left[\frac{(R_2 - R_1)(R_2 + R_1)}{R_2^2}\right] = 2\gamma \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} - \frac{Mg}{\pi R_2^2}$$

$$\Rightarrow \rho g h_1 = 2\gamma \cdot \frac{R_2}{R_1(R_2 + R_1)} - \frac{Mg}{\pi (R_2 - R_1)(R_2 + R_1)}$$

$$h_1 = \frac{2\gamma R_2}{\rho g R_1 (R_2 + R_1)} - \frac{M}{\pi \rho (R_2^2 - R_1^2)}$$

ב.

$$h_2 = \frac{M}{\rho \cdot \pi \cdot R_2^2} - \frac{R_1^2}{R_2^2} \cdot \left[\frac{2\gamma R_2}{\rho g R_1 (R_2 + R_1)} - \frac{M}{\pi \rho (R_2^2 - R_1^2)}\right]$$

מהמשוואה (א)

אוניברסיטת תל-אביב
אוניברסיטת תל-אביב
אוניברסיטת תל-אביב

$$\frac{2\gamma\cos\theta}{R_1} = \rho g h_1 + \rho g h_2 + \frac{2\gamma\cos\theta}{R_2}$$

בבדיקה
הראשונה
(לפני א' ו-ב')

$$\Rightarrow (h_1+h_2)\rho g = 2\gamma\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

$$(**)\quad h_1+h_2 = \frac{2\gamma}{\rho g}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

$$M=(\pi R_1^2 h_1 + \pi R_2^2 h_2)\rho$$

נציב את h_1 ו-h_2 מסעי' הקודם ל-(**)

$$h_1+h_2 = \frac{2\gamma R_2}{\rho g R_1(R_2+R_1)} - \frac{M}{\pi\rho(R_2^2-R_1^2)} + \frac{M}{\pi\rho R_2^2} + \frac{M R_1^2}{R_2^2\pi\rho(R_2^2-R_1^2)}$$

$$-\frac{R_1^2}{R_2^2}\left(\frac{2\gamma R_2}{\rho g R_1(R_1+R_2)}\right) =$$

$$= \frac{M}{\pi\rho}\left[\frac{R_1^2}{R_2^2(R_2^2-R_1^2)} + \frac{1}{R_2^2} - \frac{1}{R_2^2-R_1^2}\right] + \frac{2\gamma}{\rho g}\left[\frac{R_2}{R_1(R_2+R_1)} - \frac{R_1}{R_2(R_1+R_2)}\right]$$

$$= \frac{M}{\pi\rho}\left[\frac{R_1^2+R_2^2-R_1^2-R_2^2}{R_2^2(R_2^2-R_1^2)}\right] + \frac{2\gamma}{\rho g}\left[\frac{R_2^2-R_1^2}{R_1R_2(R_1+R_2)}\right] =$$

$$= 0 + \frac{2\gamma}{\rho g}\left(\frac{R_2-R_1}{R_1R_2}\right) = h_1+h_2 = \frac{2\gamma}{\rho g}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

מעניין! יוצא לי ששני א' ו-ב' נכונים.
אולי אפשר לפשט... רק לא היה זמן.
(אין לי זמן אבל התשובה נכונה לאחר הבדיקה)

ג. ~~$Mg+\frac{2\gamma}{R_2}=\frac{2\gamma}{R_1} \Rightarrow Mg=2\gamma\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$~~

~~[illegible]~~

~~$\Rightarrow \boxed{M_{max}=\frac{2\gamma}{g}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}$~~

ד. כאשר מסובבים את הנוזל [illegible] של ה
ו-r_2 משתנים רק הכיוון נשארים זהים.
ניתן לראות ~~[illegible]~~ שהכיוון משני צדי הלוח
רק בכיוון הפנים, בזווית הרגיל, והרדיוסים
ולכן הגובה כי לא תשתנה עבור כל כיוון
ההבדל הוא ב-90°.

~~Mg~~ ~~[illegible]~~

~~$-\left(Mg+\frac{2\gamma}{R_2}\cdot\pi R_2^2\right)+\frac{2\gamma}{R_1}\cdot\pi R_1^2=0$~~

~~$Mg+\frac{2\gamma}{R_2}\cdot\pi R_2^2\leq\frac{2\gamma}{R_1}\cdot\pi R_1^2$~~

~~$\Rightarrow +Mg=2\pi\gamma(R_1-R_2)$~~

ג.

$$P_0-Mg-\frac{2\gamma}{R_2}\cdot\pi R_2^2+\frac{2\gamma}{R_1}\cdot\pi R_1^2=P_0$$

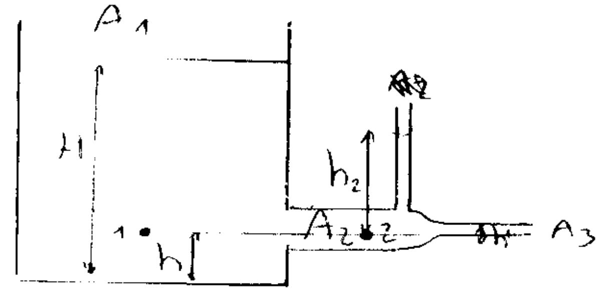
$$\Rightarrow Mg=2\pi\gamma(R_1-R_2) \Rightarrow M=\frac{2\pi\gamma}{g}(R_1-R_2)$$

ניתן לראות שעבור $R_1<R_2$ נקבל $M<0$.

כי לא ייתכן שהרדיוס ~~[illegible]~~ הגדול יהיה למטה והמשקל יהיה במצב שווה משקל!

אם ~~היה הפוך אז נקבל~~ היה לומר:

$$\boxed{M\leq\frac{2\pi\gamma}{g}(R_1-R_2)}$$



שאלה 3:

נתון A_1, A_2, A_3, H

א. נתון ש $V_1=0$ ⇐ $A_1>>A_2,A_3$

$P_2=\rho g h_2+P_0$; $P_1=\rho g(H-h)+P_0$

$P_1+\rho g h+\frac{1}{2}\rho V_1^2=P_2+0+\frac{1}{2}\rho V_2^2$

$P_0+\rho g(H-h)+\rho g h=\rho g h_2+\frac{1}{2}\rho V_2^2+P_0$

$\frac{1}{2}V_1^2=g(H-h-h_2)\Rightarrow V_2=\sqrt{2g(H-h-h_2)}$

$A_2V_1=A_3V_3\Rightarrow V_3=V_{out}=\frac{A_2}{A_3}\sqrt{2g(H-h-h_2)}$

ב. $P_2-gh_2\rho=P_{out}\Rightarrow h_2=\frac{P_2-P_{out}}{g\rho}$

א. נתון ש $V_1=0$ $\{A_1>>A_2,A_3\}$

$\Rightarrow \overset{H-h}{P_1}+\overset{E_p}{\rho g\cdot 0}+\overset{E_k}{\frac{1}{2}\rho\cdot 0^2}=\overset{P_0}{P_3}+\rho g h'+\frac{1}{2}\rho V_3^2$

$P_1=P_0+\rho g(H-h)$; $P_3=P_0$; $\pi h'^2=A_3\Rightarrow h'=\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}$

$\rho g(H-h)=\rho g h'+\frac{1}{2}\rho V_3^2$;

$\frac{1}{2}\rho V_3^2=\rho g(H-h)-\rho g\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}=\rho g\left(H-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right)$

$V_3=\sqrt{2g\left(H-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right)}=V_{out}$

33

ב. $A_2V_2=A_3V_3\Rightarrow V_2=\frac{A_3}{A_2}\sqrt{2g\left(H-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right)}$

$\Rightarrow P_1=P_2+\frac{1}{2}\rho V_2^2$

$P_2=P_0+\rho g(H-h)-\frac{1}{2}\rho\frac{A_3^2}{A_2^2}2g\left(H-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right)$

$$P_2 = P_0 + \rho g(H-h) - \rho g(H-h)\frac{A_3^2}{A_2^2} + \rho g \frac{A_3^2}{A_2^2}\cdot\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}$$

$$= P_0 + \rho g(H-h)\left[1 - \frac{A_3^2}{A_2^2}\right] + \rho g \frac{A_3^2}{A_2^2}\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}$$

: לכן

$$P_2 - g\rho h_2 = P_0$$

$$\cancel{\rho g} h_2 = P_2 - P_0 = \cancel{\rho g}(H-h)\left[1-\left(\frac{A_3}{A_2}\right)^2\right] + \cancel{\rho g}\left(\frac{A_3}{A_2}\right)^2\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}$$

$$\boxed{h_2 = (H-h)\left[1-\left(\frac{A_3}{A_2}\right)^2\right] + \left(\frac{A_3}{A_2}\right)^2\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}}$$

ג.

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = A\cdot V = A_3 V_3 = A_3\cdot\sqrt{2g\left(H-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right)}}$$

ד.

$$\frac{dV}{dt} = A_3\sqrt{2g\left(y-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right)} \quad ; y = V(t)/A_1$$

$$\frac{dV}{dt} = A_3\sqrt{2g\left(\frac{V(t)}{A_1}-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{\sqrt{\frac{V(t)}{A_1}-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}}} = A_3\sqrt{2g}\,dt$$

C

$$\cancel{2\sqrt{\frac{V(t)}{A_1}-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}}\cdot A_1 = \sqrt{2g}A_3 t + V_0}$$

$$\cancel{\frac{V(t)}{A_1}-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}} = \left[\frac{A_3}{A_1}\sqrt{\frac{g}{2}}\,t\right]^2 +}$$

$$\cancel{\frac{V(t)}{A_1} = \left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2\cdot\frac{g}{2}t^2 + h +}$$

$$\cancel{V(t=0) = 2}$$

והפתרון של המד"ר:

$$2\sqrt{\frac{V(t)}{A_1}-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}}\cdot A_1 = \sqrt{2g}\cdot A_3\cdot t + C$$

$$\cancel{\Rightarrow 4\left[\frac{V(t)}{A_1}-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right] = 2gA_3^2t^2+2\sqrt{2g}A_3 t\cdot C + C^2}$$

$\frac{4V(t)}{A_1}=$ עבור $t=0$: $V(t)=H\cdot A_1$

$$\Rightarrow \boxed{2\sqrt{\frac{HA_1}{A_1}-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}}\,A_1 = C}$$

$$\boxed{2A_1\sqrt{\frac{V(t)}{A_1}-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}} = \sqrt{2g}\,A_3 t + 2\sqrt{H-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}}\,A_1}$$

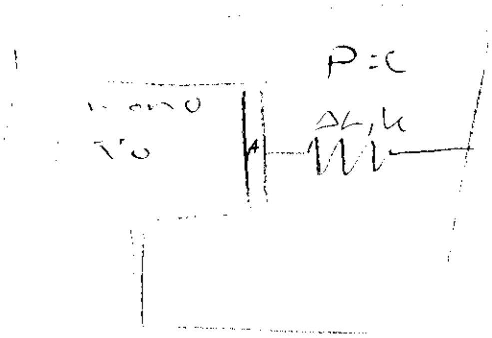
$\Rightarrow$ אפשר לפתור סופית ולקבל את
$V(t)=f(t)$

$$\Rightarrow 4\left[\frac{V(t)}{A_1}-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right]A_1^2 = 2gA_3^2t^2 + 4\sqrt{2g}\,A_3A_1\sqrt{H-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}}\,t + 4\left(H-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right)A_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{V(t)}{A_1} = \frac{1}{2}g\frac{A_3^2}{A_1^2}t^2 + \sqrt{2g}\,\frac{A_3A_1}{A_1^2}\sqrt{H-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}}\,t + \frac{A_1^2}{A_1^2}\left(H-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right) + \sqrt{\frac{A_3}{\pi}} + h$$

$$\boxed{V(t) = \frac{1}{2}g\frac{A_3^2}{A_1}t^2 + A_3\sqrt{2g\left(H-h-\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}\right)}\cdot t + HA_1}$$

בדיקה: $V(t=0)=H\cdot A_1$ ✓



$$\boxed{P_0 = 0 + \frac{\Delta L k}{A}}$$

$$P_0 V_0 = nRT_0$$

$$\boxed{T_0 = \frac{\Delta L k}{A}\frac{V_0}{nR}}$$

$$dQ = \cancel{nC_p dT} = dU - dW = nC_v dT + p\,dV$$

$$\Rightarrow \int dQ = nC_v \int_{T_0}^{T_1} dT + P\int_{V_0}^{V_1} dV$$

$$Q = nC_v(T_1 - T_0) + P(V_1 - V_0)$$

$$P_0 + \rho g(H-h) + 0 + 0 = \cancel{P_3}^{P_0} + \frac{1}{2}\rho V_3^2 + \rho g h'$$

$$h' = r_3 \; ; \; \pi r_3^2 = A_3 \Rightarrow r_3 = \sqrt{\frac{A_3}{\pi}}$$

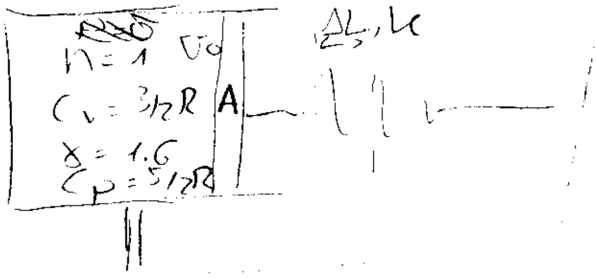
$$\rho g(H-h) = \frac{1}{2}\rho V_3^2 + \rho g\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}$$

$$P\,dV + V\,dP = nR\,dT$$

$$P\,dV - n$$

נתונים:

$P=0$



$$F_{\text{קפיץ}}=k\Delta L \Rightarrow P_{\text{קפיץ}}=\frac{k\Delta L}{A}=P_0$$

$$P_0V_0=nRT_0$$

$$\Rightarrow \frac{k\Delta L}{A}V_0=RT_0$$

$$\boxed{T_0=\frac{k\Delta L}{A}\frac{V_0}{nR}=\frac{k\Delta L V_0}{ARn}} \quad =\frac{P_0V_0}{nR}$$

ב. בשווי משקל:

$$P=\frac{\Delta L\cdot k}{A}$$

$$PV=nRT$$

$$\Delta L=\frac{V_0-V}{A} \Rightarrow P=\left(\frac{V_0-V}{A}\right)\cdot\frac{k}{A}=\frac{(V_0-V)k}{A^2}$$

$$PV=nRT \; ; \; T=\frac{k\Delta L V}{nRA}=P_0$$

$$P=\frac{(V_0-V)k}{A^2} \Rightarrow \frac{(V_0-V)k}{A^2}\cdot V=nRT$$

$$P=\frac{nRT}{V}=\frac{nR}{V}\cdot\frac{k\cdot\left(\frac{V_0-V}{A}\right)V_0}{nR}$$

$$P=\frac{k(V_0-V)V_0}{A^2 V}=\frac{kV_0^2-kVV_0}{A^2V}=$$

$$P=\frac{nRT}{V} \; ; \; T=\frac{\frac{k\Delta L}{A}\cdot V}{Rn}=\frac{\frac{k}{A}\left(\frac{V-V_0}{A}\right)\cdot V}{Rn} \quad .ב$$

$$P=\frac{nR}{V}\cdot\frac{k(V-V_0)V}{A^2Rn}=\frac{k(V-V_0)}{A^2}$$

$$P_1=\frac{k(V_1-V_0)}{A^2} \Rightarrow T_1=\frac{P_1V_1}{nR}$$

$$T_1=\frac{k(V_1-V_0)}{A^2nR}V_1$$