

19) (6/1/13)

עצמות פייבונאצ'י

1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

$$a_{i+1} = a_i + a_{i-1}$$

$$a_i = 2 + \sum_{k=0}^{i-2} a_k$$

סדרת פייבונאצ'י:

התקדמות

אתחיל

נסה נאות על הנוסחה:

לפני $i=2$ בלבד

(ניח) נאות עבור j (ובל) n (לפני):

$$a_{j+1} = a_j + a_{j-1} = a_{j-1} + 2 + \sum_{k=0}^{j-2} a_k = 2 + \sum_{k=0}^{j-1} a_k$$

כמו n , אם נשתה את הקוויס'ה נקבל

$$a_i = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^i - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^i$$

$$a_i \rightarrow \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^i = \phi^i$$

$\phi = 1.618$ יחס הזהב

עבור i קטן

נבדוק עליוה שלפניהם הבעיות:

יבצע $O(1)$ - n

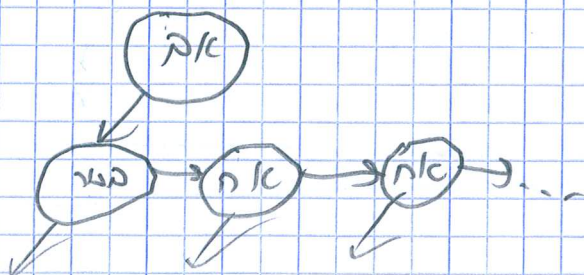
יבצע $O(\log n)$ - n

יבצע $O(1)$ בין $O(\log n)$ - n

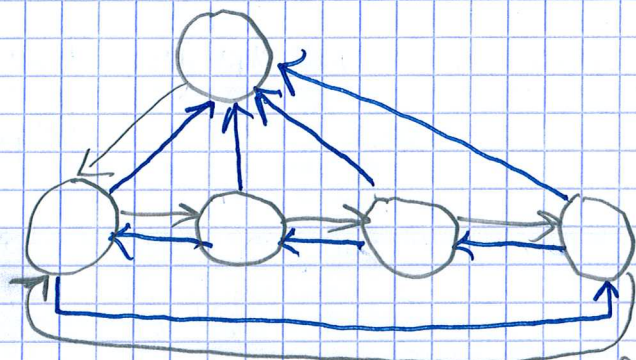
- Make-Heap
- Unify-Heap (איתוף)
- Find-Min
- Insert
- Is-Empty
- Delete-Min
- Delete
- Update

הקצרה: בעזרתה תוכלו להשיג את מה שצוין

הקצרה: בעזרתה תוכלו להשיג את מה שצוין



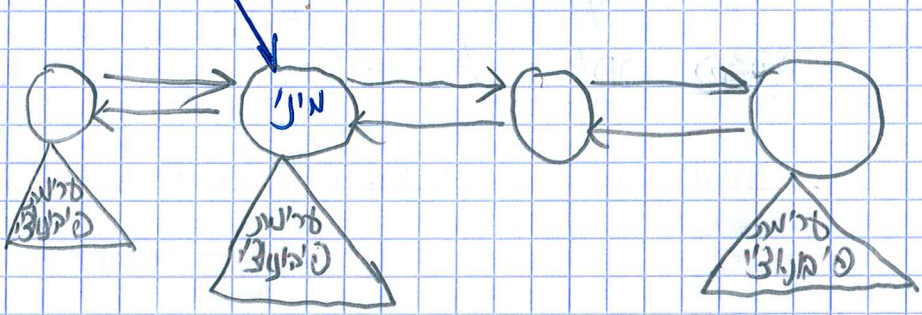
מבצע שיפוטי נכבד שהגן ז'באז' אדם, כן אה
 'זבאז' אשני אדם סמוליס, ובכור עם מצבאז' אהרין



צב בנותי אלו בקריאה (הוא גבול קטן מה
 מניו) את מהני התקנים אלה פירוטאז'י

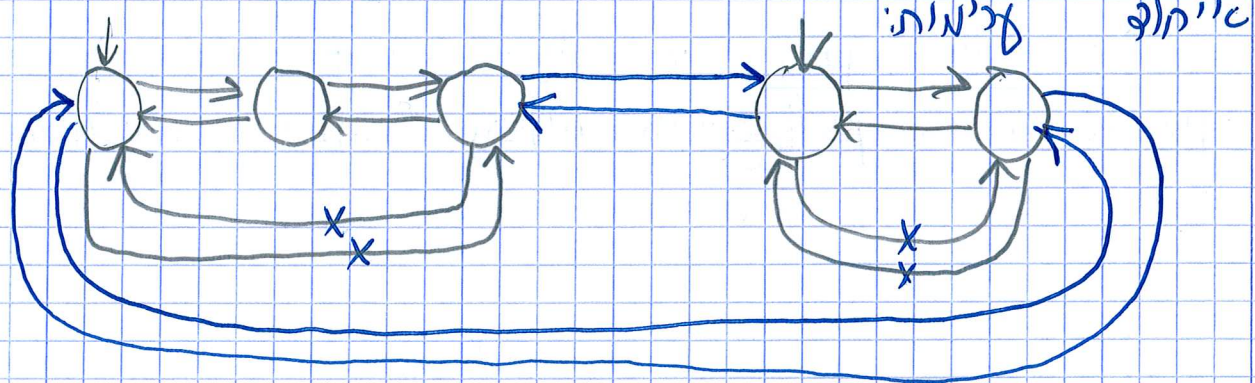
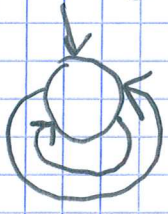
עם יג - ס קיפקוק יגו אהית מסוון
 בינאלי ס או (1)

איתות פירוטאז'י תגבי כולם אהית פירוטאז'י



ויהי אנו עם מצבאז' אפי, כשנאמר מהו מיניתי
 (מהנייה) שאלו בקריאה ישנו הוא מניו.

יציבת אהית: מניסים איגו, התצבאז' החיצוני מצבאז'
 אהית ו.א.א.א. מצבאז' אהית
 סיבולותי (1) ס



מחברים אהית, ובתים מניתי - (1) ס.

Find-Min: נגשים (מיון) המינימום, $O(1)$.

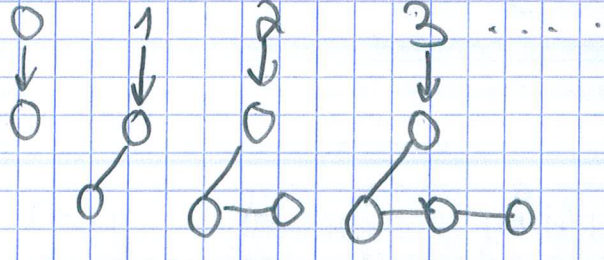
Is-Empty: בקרת הפונקציה המינימום, $O(1)$.

Insert: צור ענף חדש תחת שורש העץ.

מבטאים הקבוצות, $O(1)$.

Delete-Min: פונקציה המינימום.

עץ זיכרון, יש יציאה מכל צד, יציאה יחידה:

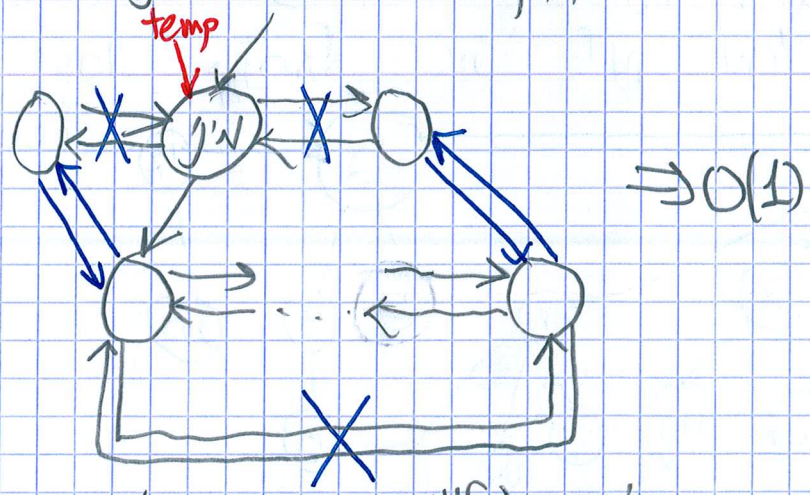


אחרי הכוונה, זה נראה יותר מקבוצה אחת של יציאה.

עץ זיכרון זה הוא מציב יותר מ- n פונקציות.

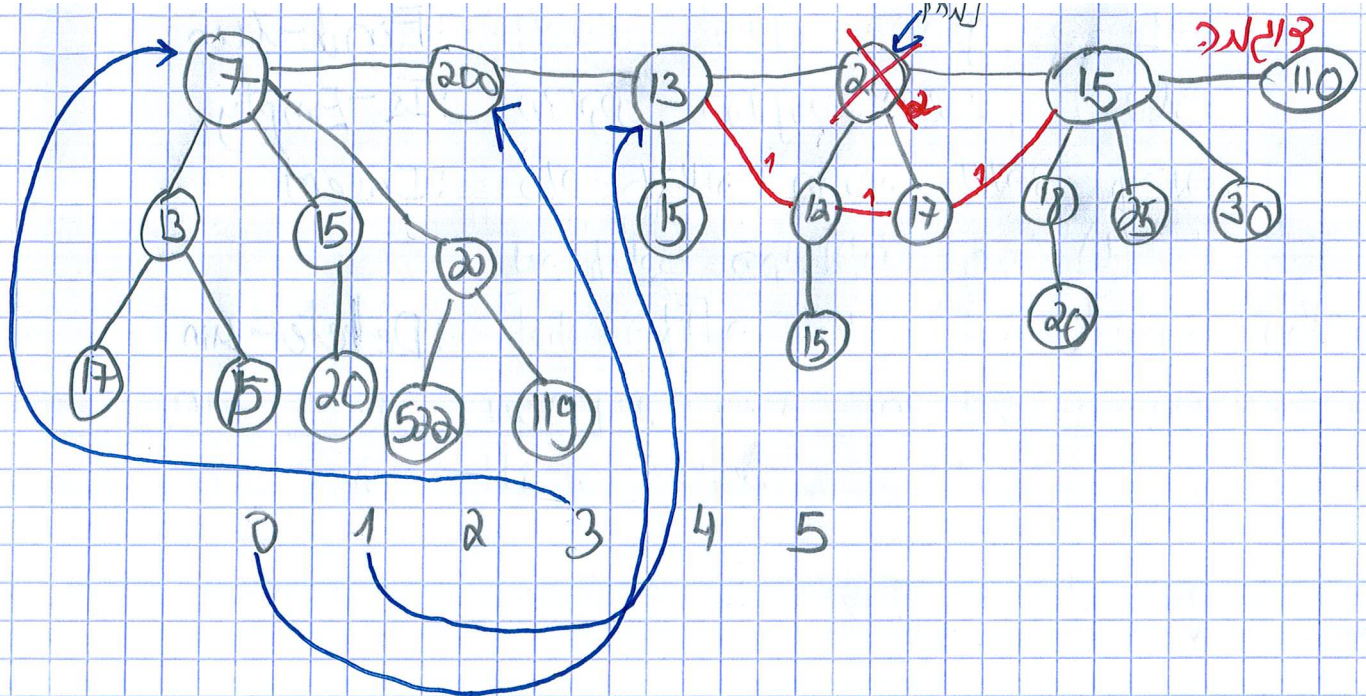
האזכורים המינימום:

אם יש לנו n יציאות, אז יש לנו n פונקציות.

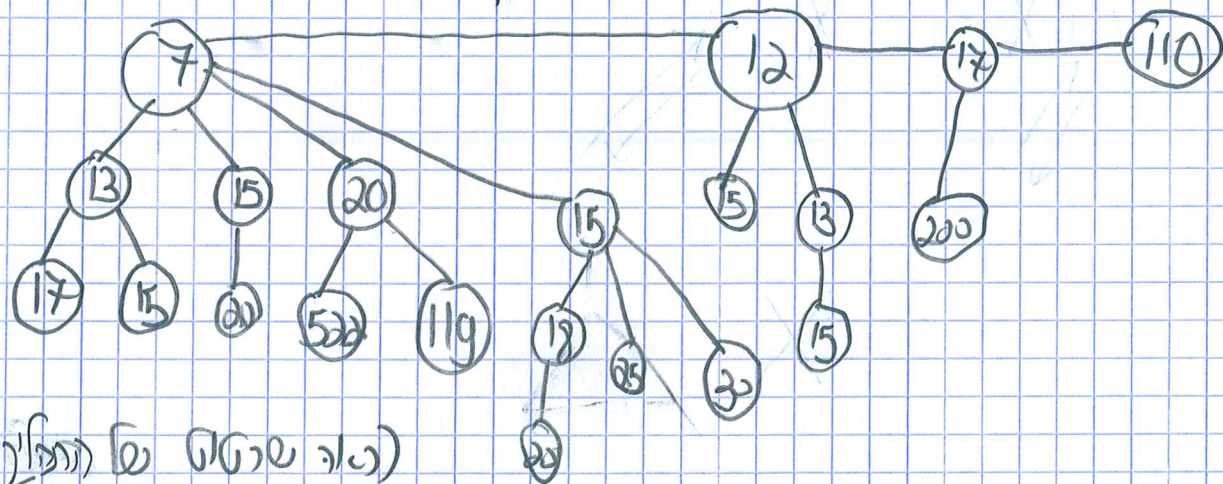


אם יש לנו n יציאות, אז יש לנו n פונקציות. $O(1)$ פונקציות.

עץ זיכרון - עץ זיכרון של שני ענפים תחת אחד.



האלון - 2
 עם פתרון של 13, נחזק את הענף 1-1
 ונחזק את האות של 2 ו-1
 0-17 נתקן באיזה קציה, אם נחזק את
 ה-200 אולי ונחזק את האות של ה-1 ו-17
 1-15 ונסוב נגד זהירות עם 7, אם
 נחזק את 15 אולי 7 נחזק את 7 עם 4
 נחזק את 110 נחזק את 0



:Update וDelete

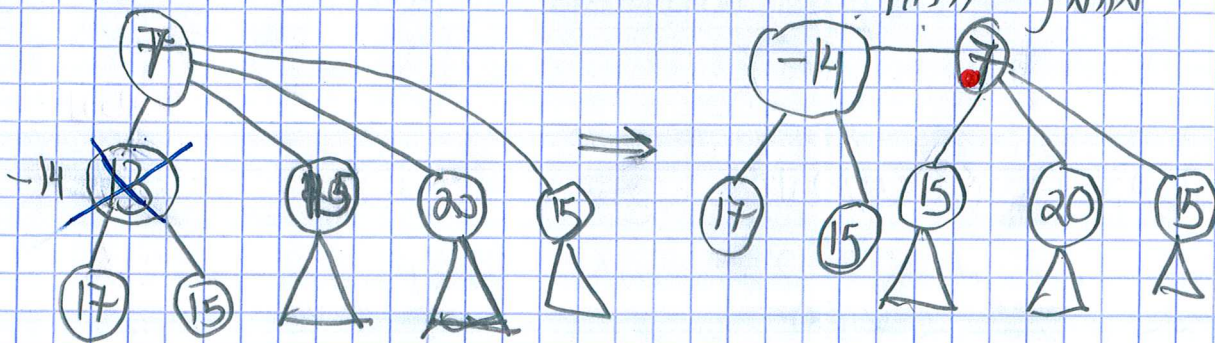
אולי על increase/decrease - אולי 278 נחזק את קציה

1108

אולי אולי קציה על משהו נחזק את קציה אולי

ב) אם הקצבת הערך הופכת אותו לקטן מאביו:

(1) אם אביו זהו מסומן, מסומן אכן את אביו, והענף הענף אכזבה האשליה, ונס קטן מהמתן החולף



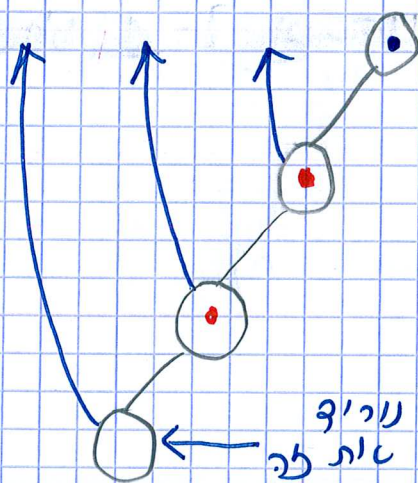
(2) אם אביו מסומן (הסומן כי לא חזים אוליג יותר נתן

אזכר)

עם אביו אזה אזהים האזיה וחוזרים אבוקים אצי יסס יא האז

אנש, העץ הבהו:

(גמול - אזה התהוק)



תלפי

ניתן קופקו א ונתונים אלה, יוני האום עלו בספר הנתנס אלו (הנתנס סוף- רק התהוק תיקון קלימיו)

$$(y_i) \geq \begin{cases} 0 & \text{אז } i=1 \\ i-2 & \text{אז } i \geq 2 \end{cases}$$

הנתה

אם הנתה את y_i בשלה ה- i , אז ב- x נבר הו אמות $i-1$ אקים

(גשתיסנט) את $\log_2 n$ או $\log_2 n$ איברים בלבד היחס של x
 הוא $\log_2 n$ היחס הוא $\log_2 n$ (אבות $\log_2 n$)
 אם הוציא תיקונים, אז נחלק את היותו בין
 אתר מיליון מתקבל הנפרד

משפט

סדריות פיבונצ'י, הקצף המינימל של n קובקוב $\log_2 n$
 אל קובקוב x , נקרא $L(x)$ נאם הוצואים
 הכולל של x , ו'תקיים $L(x) \geq \log_2 n$
 נאם זאת המשפט מתקבל מ'רית.

הוכחה

האלוף

$$L(x) = \left[\sum_{i=1}^k L(y_i) \right] + 1 \geq \sum_{i=2}^k L(y_i) + 1 + 1 \geq \sum_{i=2}^k L(i-2) + 2 = 2 + \sum_{i=0}^{k-2} L(i) = \text{פיבונצ'י}$$

$L(n) - n$ הוצואים הכולל היח' אקובקוב $\log_2 n$ יחס

אם בין הוצואה זהו צואה יש $(\log_2 n)$ הטעות
 אז היעילות של ההוצואה היא $(\log_2 n)$

כביה קשיות רצקים (צולואס) (9)

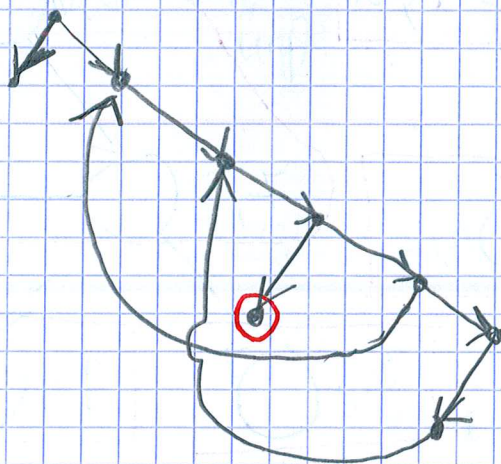
בגוף, שגנו א"י כיווני, קשיות הטו יחס שקיות, זקן
 העוסק כביה קשיות שאבד היחס, וניתן אנצטום
 ע"י BFS/DFS.

בגוף לא כיווני, נכפיו קשיות חזקה: אב יהו
 קשיות חזק אב א קשיי א-ב א-ב קשיי א-ב
 רעב קשיות חזק הטו טעם
 אב א קשיות חזק אב א קופקוב איוק
 טעם בניות קשיי אלוהם חזק.

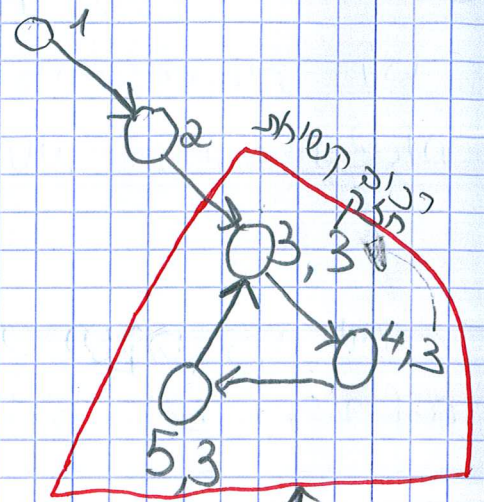
אלגוריתם טיפן (Tarjan) חזטת רכבי קשיות חזקה

חזקה הנתונים-גוף בו נתפזק אב קופקוב שני לשתתנים:
 1 - f - ט' נפרי ה- DFS.
 2 - ה-f הט נתונ שקיב קוב אן אחז טצטאיו
 טעם ה- DFS.

ט קפץ הינוי מחוב
 רכבי קשיות חזק
 אפתי הקופקוב האבוס

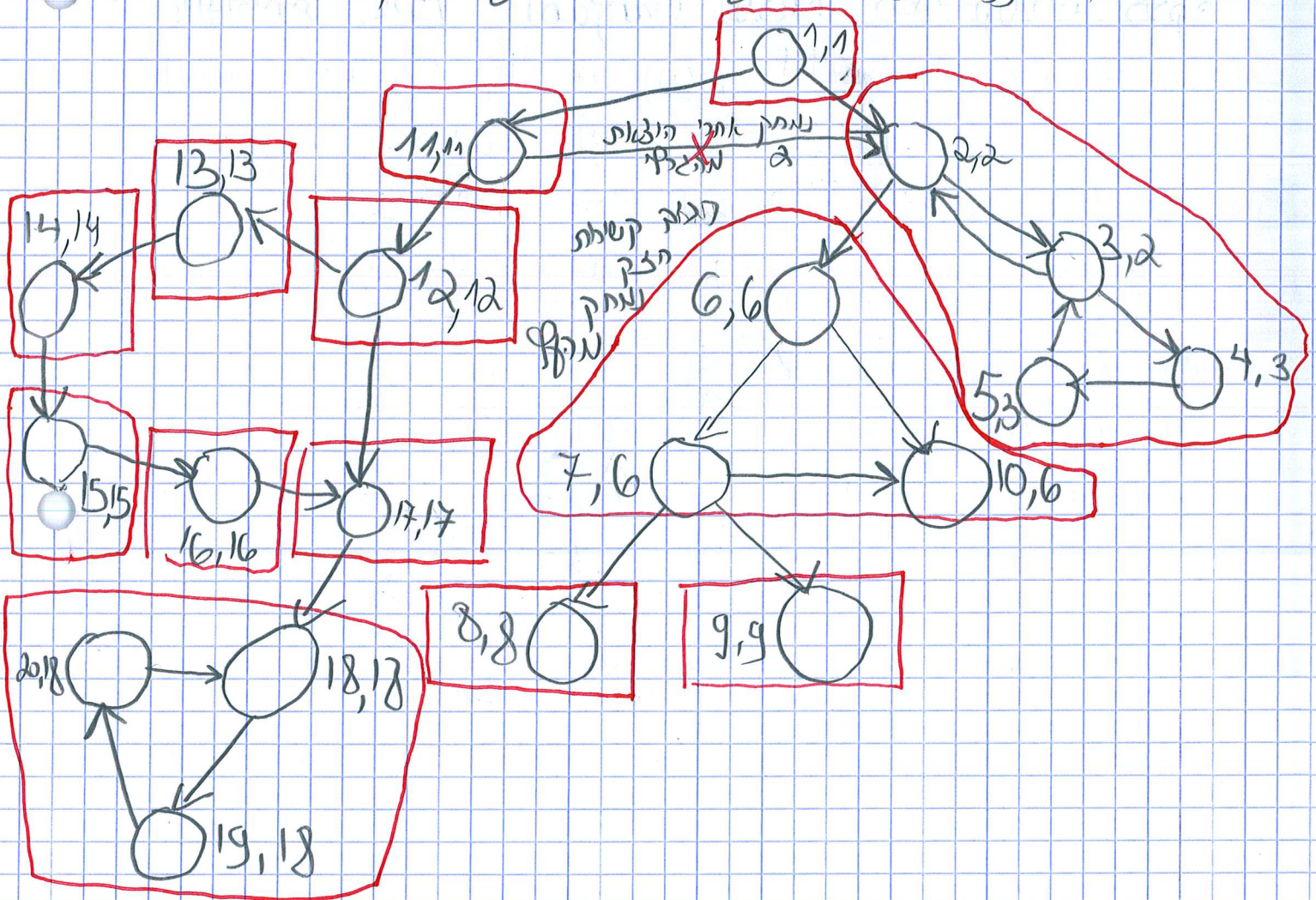


סנצטו שנתצו יכיה קשיות חזק שגונו טעם אפתי
 אופי אופי מחץ חזק, רכבי חזקו (שקיות)
 נוחות טצטות הטו חזק.



התאים הנכנסים אל S
וביציאה מהתחנית את S
(גאיון קורסיה)

כעת, נויר שבאותו גוף הייתה גם קטר מ-3 ל-2.



כפי שהתחיל שאלה הם התחילים מקיבוצם מחנו או אולם
אחרי הקיבוצם ההתחלתי עם הקיבוצם, כצוי קיבוצם
שמצביע אלמם אלא אל אחרים או מצביע אליו

האלגוריתם:

מחזיקים את קובץ הקובץ של שאלה קודם:

f - מ' הוצא ב- DFS

s - זכר f מ' שיקיף כל מי או קובץ קודם
הזרע שלו ב- DFS מצב' אלו (כל הקובץ זכר)

e - סיון האם הקובץ קיים או נחק

מיון כל הקובצים $1 \leq i \leq n$; f, s

* מיון DFS, את קובץ שמי' או מיון

* זכר מיון

$s_i = \min(f_i, \text{DFS מיון מיון})$

* זכר מיון מיון או קודם (מיון מיון)

מיון מיון $f = \infty$, $e = 1$ אם מיון, $f_i = s_i$, אז

הקובץ מיון מיון מיון DFS הם הם

קודם מיון מיון מיון מיון

כלי

מיון מיון מיון מיון מיון מיון
מיון מיון מיון מיון מיון מיון

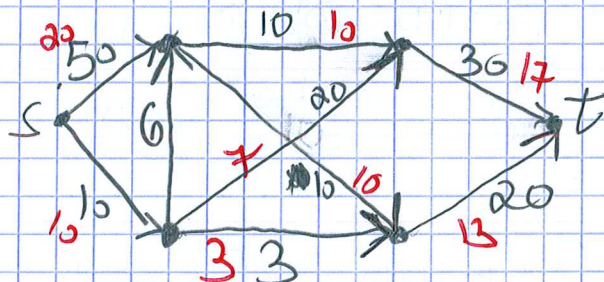
19) (6/1/13)

Min Cut Max Flow

הכינתן נק' s (מקור), t (יציאה), ונתון גרף "סביב" בין s ל- t . נמצא את המינימום של $\sum_{i \in A, j \in B} c_{ij}$ על פני A ו- B , ונמצא את המקסימום של $\sum_{i \in A, j \in B} f_{ij}$ על פני A ו- B . נקרא לזה "Min Cut".

יש גם את בעיית ה-**Max Flow** בה נתון s מקור, t יציאה, ונתונים c_{ij} ו- f_{ij} . נמצא את המקסימום של $\sum_{i \in A, j \in B} f_{ij}$ על פני A ו- B . נקרא לזה "Max Flow".

תוצאה בהנתן גרף, הקטעים הנ"ל, נמצא ה-**max-flow**.



אנחנו רוצים למצוא את המקסימום של $\sum_{i \in A, j \in B} f_{ij}$.

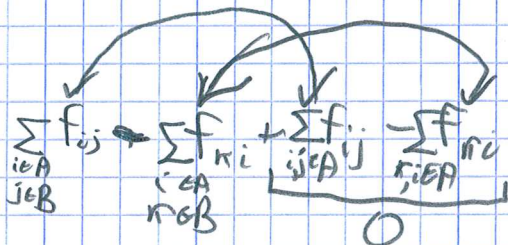
$F := \text{max-flow} = \text{min-cut}$ משפט

אם A, B הם קבוצות חתוכות של s, t ו- f_{ij} נתונים; $f_{ij} \leq c_{ij}$ ו- $f_{ij} = 0$ על s, t .

$$F = \sum_{i \in A, j \in B} f_{ij} - \sum_{i \in A, j \in A} f_{ij}$$

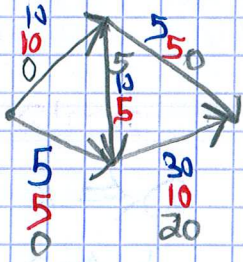
בהתבוננות בקבוצת A : $\sum_{j \in A} f_{ij} - \sum_{i \in A} f_{ji} = 0$

$$F = \sum_{i \in A} \left(\sum_{j \in B} f_{ij} - \sum_{j \in A} f_{ji} \right) = \sum_{j \in B} f_{ij} = 0$$



נתון אם C הוא היתר A, B ו- $F=1$ (הזכור):

$$F = \sum_{\substack{A \rightarrow B \\ B \rightarrow A}} f - \sum_{\substack{B \rightarrow A \\ A \rightarrow B}} f \leq \sum_{\substack{A \rightarrow B \\ B \rightarrow A}} f; n \leq \sum_{\substack{C \in A \\ S \in B}} C_{ij} = C$$



נתון C הוא היתר A, B ו- $F=1$

- כחול - קבוצת
- אדום - זכור
- שחור - קבוצת

נניח אם C הוא היתר A, B ו- $F=1$ (הזכור):

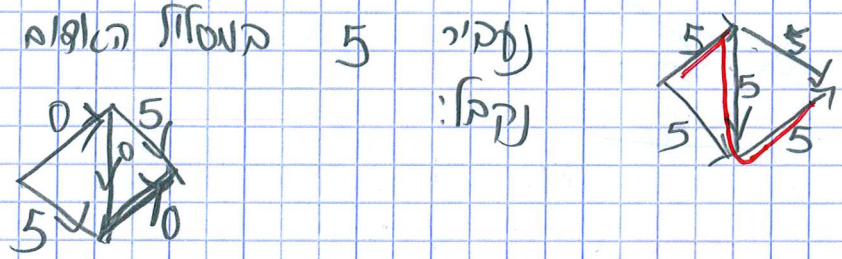
$\sum_{j \in B} f_{ij} = \sum_{j \in A} f_{ji}$
 $f_{ij} = f_{ji}$
 $f_{ij} \leq C_{ij}$

$\tilde{C}_{ij} = C_{ij} - f_{ij}$
 $\tilde{C}_{ij} = f_{ij}$

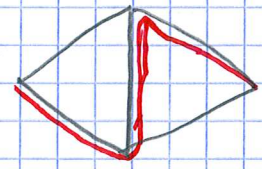
נתון אם C הוא היתר A, B ו- $F=1$ (הזכור):

Ford-Fulkerson

נתון אם C הוא היתר A, B ו- $F=1$ (הזכור):



נתון אם C הוא היתר A, B ו- $F=1$ (הזכור):



אלון

עליות בהיקפים הואם עקום
 מקיים חיתוך $C(A, B)$ וזנימה f על $f = u - l$
 $\max = \text{flow}$ הוא
 על א"ן מסלולים מסוימים f -ה

הוכחה

א \leftarrow ב מקיים את המצבים, ולא f מקו'
 ב \leftarrow ג אם קיים מסלול מסויף ניתן להגדיל הצמיחה.
 ג \leftarrow א נכחן את אלגוריתם ford-fulkerson

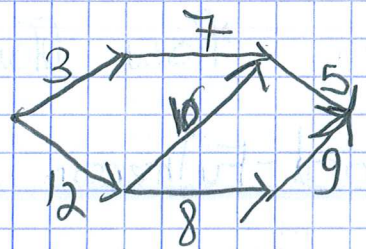
רצוי קיים מסלול עם קטבת שלילית שאינה אדם
 $B = G/A, A = \{i \mid i \in I\}$

set של הצורה

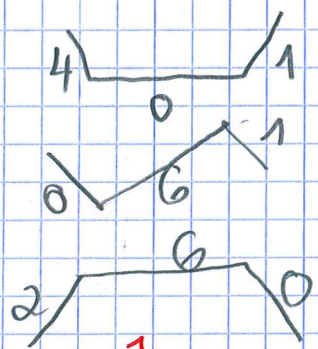
set \subset אחרת היא קיימת מסלול מסויף והיינו ממשיכים
 באלגוריתם

אכן קיים חיתוך $C(A, B)$ בו
 $f = \sum_{\substack{(B) \\ A \rightarrow B}} f_i - \sum_{\substack{(A) \\ B \rightarrow A}} f_i = c$
 וזאת שלב אחר קשה בין A ל B $f_{ij} = c_{ij}$

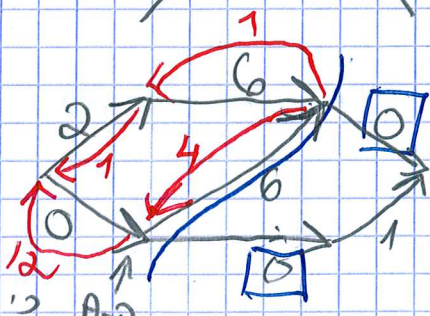
דוגמה



(מה שמורה - קטבת שלילית)



מסלול ראשון:
 מסלול שני:
 מסלול שלישי:

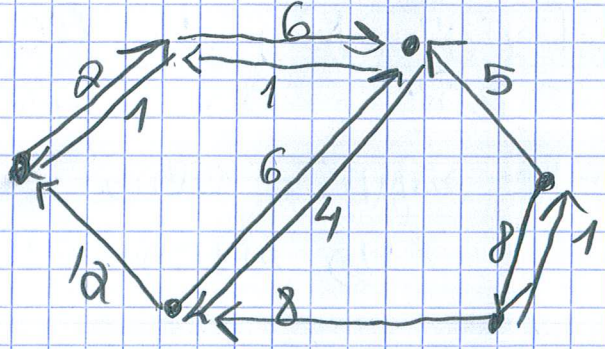


אם כי:

והחיתוך במחול
 (באופן - קטבת מהביוון השני
 של היקבות השליליות)

השני המסלולים במחול יתנו את ה-cut \min אם "צביעה" התקוים) ולכן $u=5$

סמנטיקה, בעל התבואה 2 (העל) שלן 'רוא קרי



אמאן התאוקה ארטיבי קשיות הורה

(19) (6/1/13)

FFT

האפקט של שיטה זו נמצא אינטרסנטלי ב- $O(n \log n)$.
שורשים היחידים הם $e^{\frac{2\pi i}{n}}$

סדרה כזו נשתמש בהקשר שלמה הפוך למרחב
התצפית - ע"י התמרת פורייר.

$$f(x) = \sum c_j e^{2\pi i j x} \quad ; \quad f(x) = f(x+1) \text{ - עברי פורייר}$$

טנסורים פורייר, נשאיר $\infty \rightarrow \infty$ ונקרא

$$f(x) = \int f(k) e^{2\pi i k x} dk$$

$$\hat{f}(k) = \frac{1}{2\pi} \int f(x) e^{-2\pi i k x} dx$$

כאן תהי f פונק' הבריקה של f .
כאן תהי f פונק' הבריקה של f .
 $\hat{f}(k) = \sum_j f(x_j) e^{-2\pi i x_j k} \cdot \Delta x$
יחידות בין הקטבים.

אם נקח $k = l \Delta x$

$$f(k_l) = \frac{1}{2\pi} \sum_j f(j \Delta x) \cdot e^{-2\pi i j \Delta x l \Delta x} \cdot \Delta x \quad (\text{DFT})$$

כאן נקח $\Delta x = \frac{1}{N \Delta x}$

$$f(k_l) = \frac{\Delta x}{2\pi} \sum_j e^{-\frac{2\pi i j l}{N}} f(j \Delta x)$$

מתן אבריה ההתמרה ככה ש'ט' בוקטור של N^2 ס.
ניצב ז"פ לז' $O(n \log n)$.

נשאיר את N ה-DFT היא

$$G_{j,l} = e^{-\frac{2\pi i j l}{N}}$$

אז נשאיר את המקרים

$$f_l^2 = \sum_{\text{זב} j} e^{-\frac{2\pi i j l}{N}} f_j + \sum_{\text{זב} j} e^{-\frac{2\pi i j l}{N}} f_j$$

צב"כ זב"כ $j = 2w + l$ $j = 2w + l$

$$f_l^2 = \sum e^{-\frac{2\pi i (2w+l)l}{N}} f_{2w} + \sum e^{-\frac{2\pi i (2w+l)l}{N}} f_{2w+l}$$

ק'ב"כ (ז' צב"כ) $e^{-\frac{2\pi i l^2}{N}}$ FFT (ז' צב"כ) + $e^{-\frac{2\pi i l^2}{N}}$ FFT (ז' צב"כ)

אח"כ נקרא $O(N \log N)$