

תרגיל 8 / אלגברה ליניארית 1 למהנדסים תש"פ .

1. עבור המטריצות הבאות מצא בסיס ומימד למרחבי השורות, העמודות והאפס :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

2. נתונה $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & 1 \\ 1 & 1 & \alpha \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ מצא לאילו ערכי α $\text{rank}(A) = 0, 1, 2, 3$.

3. תהי $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ הוכח או הפוך:

3.1 $\text{rank}(A) = n$ אם ורק אם A הפיכה

3.2 אם $C(A) = R(A)$ אז A הפיכה.

3.3 אם $C(A) \subseteq R(A)$ אז $C(A) = R(A)$.

4. תהי $A \in \mathbb{F}^{n \times k}$ $B \in \mathbb{F}^{k \times m}$ הוכח:

4.1 $R(AB) \subseteq R(A)$

4.2 $C(AB) \subseteq C(A)$

4.3 $N(AB) \subseteq N(A)$

5. עבור המטריצה הבאה, מצא את מרחב העמודות, מרחב השורות ומרחב האפס:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

6. תהי $A \in \mathbb{F}^{m \times m}$ עם $\text{rank}(A) = m-1$. הוכיחו שאם למערכת $Ax=0$ קיימת פתרון, אזי כל שני פתרונות הם פרופורציונליים (כלומר כפולה אחד של השני).