

שאלות על נגזרות מכוונות

1. תהינה $f(x, y)$ ו- $g(x, y)$ שתי פונקציות דיפרנציאביליות בנקודה $(0, 0)$. נגדיר

$$h(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & xy > 0 \\ g(x, y) & xy \leq 0 \end{cases}$$

הוכיחו כי $h(x, y)$ דיפרנציאבילית ב- $(0, 0)$ אם ורק אם מתקיים כי

$$g(0, 0) = f(0, 0), \quad g'_x(0, 0) = f'_x(0, 0), \quad g'_y(0, 0) = f'_y(0, 0)$$

2. נגדיר פונקציה

$$f(x, y, z) = xy^2z^3$$

מצאו את הנגזרת הכיוונית של f בנקודה $(3, 2, 1)$ בכיוון $h = (h_1, h_2, h_3)$, שימו לב ש- h לא בהכרח וקטור יחידה.

3. תהי $f(x, y)$ פונקציה דיפרנציאבילית בנקודה $(0, 0)$ ומקיימת כי

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t, t) - f(t, -t)}{t} = 1$$

מצא את $f'_y(0, 0)$.

4. תהי $f(x, y)$ פונקציה המקיימת כי $f'_x(0, 0) = 0$, $f'_y(0, 0) \neq 0$ ובנוסף ידוע כי קיים $h \in \mathbb{R}^2$ שאינו בכיוון ציר y , כך ש- $\frac{\partial f}{\partial h}(0, 0) = f'_y(0, 0)$ הוכח כי f אינה דיפרנציאבילית ב- $(0, 0)$.

5. משטח נתון על ידי המשוואה $z = e^{-x^2-2y^2}$

(א) מצאו $P = (x_0, y_0, z_0)$ נקודה על המשטח, כך שאם יניחו עליה כדור, הוא יתחיל לנוע בכיוון $(2, 1, a)$ עבור a כלשהוא. מצאו גם את a .

(ב) מצאו נקודה על המשטח שאם יניחו עליה את הכדור הוא לא יזוז לשום מקום.