

תרגיל 4 בקורס מתמטיקה בדידה

1. בכל אחד מהסעיפים הבאים בדקו האם היחס R מעל הקבוצה A הינו יחס סימטרי, אנטי-סימטרי, רפלקסיבי, טרנזיטיבי. במידה וזהו יחס שקילות, תארו את מחלקות השקילות.

(א) $A = \mathbb{N}$, ולכל $a, b \in A$, $(a, b) \in R$ אם ל a ו- b אותו מספר ספרות.

(ב) $A = \mathbb{N}$, ולכל $a, b \in A$, $(a, b) \in R$ אם ל $a + b$ מתחלק ב 3.

(ג) $A = \mathbb{N}$, ולכל $a, b \in A$, $(a, b) \in R$ אם ל a מחלק את b .

(ד) $A = \mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N})$, ולכל $(X, Y), (Z, W) \in A$, $(X, Y) R (Z, W)$ אם $X \cup W = Y \cup Z$.

(ה) $A = \mathbb{N} \setminus \{0\}$, ולכל $a, b \in A$, $(a, b) \in R$ אם ab הינו ריבוע של מספר שלם.

(ו) $A = \mathcal{P}(\mathbb{N})$, ולכל $X, Y \in A$, $(X, Y) \in R$ אם $1 \notin X \Delta Y$.

(ז) $A = \mathcal{P}(\mathbb{N})$, ולכל $X, Y \in A$, $(X, Y) \in R$ אם $X \Delta Y$ סופית.

(ח) $A = \mathcal{P}(\mathbb{N})$, ולכל $X, Y \in A$, $(X, Y) \in R$ אם $X \Delta Y$ אינסופית.

2. יהיו E_1, E_2 שני יחסי שקילות על אותה קבוצה A .

(א) הוכיחו ש $E_1 \cap E_2$ הינו יחס שקילות על הקבוצה A .

(ב) הראו ע"י דוגמא נגדית ש $E_1 \cup E_2$ אינו בהכרח יחס שקילות.