

אלגברה מופשטת 1- תרגיל 8

6 בדצמבר 2015

1. הוכיחו ש- $Aut(S_3) \cong S_3$.
2. תהי G חבורה סופית ונניח $|G| > 2$. הוכיחו כי $|Aut(G)| \geq 2$.
3. א. הראו שהתמורות $(123), (132)$, שיש להן אותו מבנה מחזורים, אינן צמודות ב- A_4 .
הראו שהן צמודות ב- A_5 .
ב. מצא $a \in S_6$ כך ש- $a^{-1}(12)(34)a = (56)(13)$.
ג. הראה כי לא קיים $a \in S_8$ כך ש- $a^{-1}(123)a = (13)(578)$.
4. א. קבעו את הסימן של התמורה $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
ב. מה מספר האיברים מסדר 2 ב- S_8 ?
5. מצאו יוצרים לתת חבורה מסדר 20 ב- S_{10} .
6. נתונה הגדרה חלקית של תמורה,
$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 1 & 2 & ? & ? & 7 & 8 & 9 & 6 \end{pmatrix} \in S_9$$
ידוע כי התמורה זוגית. חשב את $\sigma(4)$ ואת $\sigma(5)$.
7. תהי $\sigma \in S_9$ מסדר 5. עבור כמה $1 \leq k \leq 9$ מתקיים $\sigma(k) = k$?
8. נתבונן ב- S_6 ובקבוצה $H = \{\sigma \in S_6 / \sigma(2) = 2, \sigma(4) = 4, \sigma(6) = 6\}$. הוכיחו ש- H היא תת חבורה ושהיא איזומורפית ל- S_3 . האם היא תת חבורה נורמלית?
9. נתבונן בפעולה של Z_6 על עצמה (על-ידי חיבור, כמו בהוכחה של משפט קיילי). כמה מסלולים יש בפעולה הזו? הפעולה משרה פעולה של אותה חבורה על תת-קבוצות בגודל k . כמה מסלולים יש בפעולת החבורה על תת-קבוצות בגודל 2? ועל תת-קבוצות בגודל 3?