

### תרגיל בית 9 אינפי 3

1. מצאו נקודות קריטיות וסווגו אותן (מקסימום/מינימום/אוכף) עבור הפונקציות הבאות (בכל תחום ההגדרה)

$$f(x, y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 6y^2 \quad (\text{א})$$

$$f(x, y) = (x - 1)^2 - 2y^2 \quad (\text{ב})$$

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2 \quad (\text{ג})$$

$$f(x, y) = xy\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \quad (a, b > 0) \quad (\text{ד}) \text{ (רשות-אין צורך להגיש)}$$

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2 + y^2)} \quad (\text{ה})$$

$$f(x, y, z) = x^4 + y^4 + z^4 - 2a^2(x^2 + y^2 + z^2) \quad (a > 0) \quad (\text{ו})$$

2. תהי

$$f(x, y) = (y - 3x^2)(y - x^2)$$

(א) הוכיחו כי  $(0, 0)$  היא נקודה קריטית.

(ב) הוכיחו כי ל  $f$  יש מינימום מקומי לאורך כל קו ישר העובר דרך הראשית. כלומר, אם נגדיר  $g(t) = (at, bt)$  עבור  $a, b \in \mathbb{R}$  יתקיים כי ל  $f \circ g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  יש מינימום מקומי ב  $t = 0$ .

(ג) הוכיחו כי  $(0, 0)$  אינה מינימום מקומי של  $f$ .

3. תהי  $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 2x - 2y$ . נגדיר את  $D$  להיות המשולש הסגור שקודקודיו הם:  $(0, 0), (0, 6), (6, 0)$ .

(א) הוכיחו כי ל  $f$  יש מינימום ומקסימום גלובאליים על הקבוצה  $D$ .

(ב) מצאו את המינימום והמקסימום הגלובאליים של  $f$  על  $D$ .