

מבוא לפיזיקה מודרנית
מבוא לתורת הקוונטים

עוד עדויות לקוונטיזציה של אור

האפקט הפוטואלקטרי

האפקט הפוטואלקטרי נצפה לראשונה ע"י הרץ ב-1887, כאשר ערך מדידות על גלים אלקטרומגנטיים, שבמסגרתם אישר את התחזית החשובה ביותר של משוואות מקסוול.

כדי לזהות את קיומם של הגלים, הרץ השתמש באנטנה עם מרווח קטן שבו עברו ניצוצות כאשר האנטנה קלטה גלים.

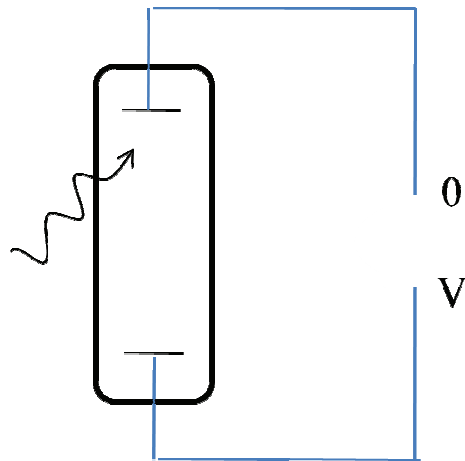
הוא ראה שהניצוצות במרווח זה חדלו כאשר המרווח היה חשוף אופטית לניצוצות מהאנטנה ששידרה את הגלים.

ההסבר המתבקש הוא שפגיעת האור בקוטבי המרווח גרמה ליציאה של מטענים אל המרווח. המטענים הפכו את האויר למוליך, והניצוצות חדלו.

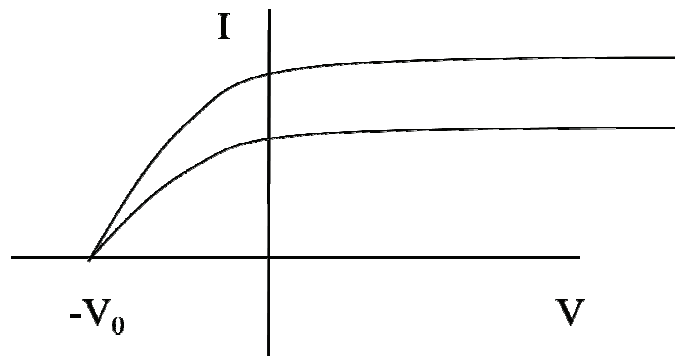
הרץ מצא שהסיבה ל"בעיה" זו בניסוי שלו נבעה בעיקר מהחלק האולטרה-סגול של האור. אך מאחר שהיה מעונין בבעיות אחרות, השאיר לאחרים את המחקר הפרטני בנושא זה.

אחר-כך, Hallwachs הראה שהמטענים שהשתחררו בתהליך הם שליליים.
ב-1900, Lenard הראה שלמטענים אלה יש אותו יחס q/m כמו בניסוי של תומסון.
מכאן נסיק כי מפגיעת האור במתכת נפלטים אלקטרונים.

ניסוי פואטואלקטרי נראה כך:



אור פוגע בקתודה שנמצאת בשפופרת ואקום, וגורם לפליטת אלקטרונים.
 מחזיקים הפרש פוטנציאלים V בין האנודה והקתודה, ומודדים את הזרם במעגל.



תוצאות:

אם V חיובי, האלקטרונים נמשכים אל האנודה ונמדד זרם במעגל.
 מעל מתח חיובי מסוים (מתח הרוויה), הזרם לא גדל יותר (מגיע לרמת זרם הרוויה).
מסיקים מכך שהגורם המגביל את הזרם במצב זה הוא כמות האלקטרונים המשתחררים מהקתודה ולא המתח.

כאשר מגבירים את עוצמת האור, זרם הרוויה גדל באופן פרופורציוני, מה שמאשש את המסקנה.

כאשר V הופך שלילי יותר, הזרם נחלש.

עבור $V < -V_0$, כאשר V_0 הוא ערך מסוים של המתח שנקרא **מתח העצירה**, הזרם נפסק.
מכך שגם עבור V שלילי יש זרם, מסיקים שלחלק מהאלקטרונים אנרגיה קינטית גדולה מספיק כדי להתגבר על מפל המתח ולהגיע לאנודה.

מכך שב- V_0 לא מגיע זרם מסיקים שהאנרגיה הקינטית המקסימלית של האלקטרונים היא $K_{\max} = eV_0$.

ניתוח:

תופעה מפתיעה היא ש- V_0 אינו תלוי בעוצמת האור. מאחר שבאופן קלאסי, האלקטרון מואץ ע"י השדה החשמלי והמגנטי של האור, היינו מצפים שככל שעוצמת האור גדולה יותר, האלקטרונים יקבלו יותר אנרגיה קינטית, אך דבר זה אינו קורה.

תופעה מפתיעה נוספת קשורה בזמן בין הדלקת האור לתחילת הופעת הזרם.

נעריך את הזמן המצופה:

אם עוצמת האור (הספק ליחידת שטח) היא F , אז הספק האור שנופל על אטום בעל רדיוס r הוא $P = F\pi r^2$.

אז כדי שהאור יעניק לאלקטרון אנרגיה קינטית eV_0 , צריך לצבור אנרגיה על האטום לאורך זמן מסדר גודל של לפחות

$$\Delta t \sim \frac{eV_0}{P} = \frac{eV_0}{F\pi r^2}$$

שימו לב שזוהי הערכה, לא חישוב מדויק, משום שלא התיחסנו לפרטי האינטראקציה בין האור לחומר.

הערכות הן כלי חשוב בפיזיקה – לא תמיד אפשר או צריך לבצע חישוב מלא ומדויק, אבל מצפים שהערכות בעלות מוטיבציה פיזיקלית תיתנה תוצאות מסדר גודל נכון.

לדוגמה: ניקח ניסוי בו מתח העצירה הוא $V_0 \sim 1V$.

רדיוס האטום הוא כ- $r \sim 10^{-10} m$,

אז ניתן לקבל זמן אגירת אנרגיה מסדר גודל של $\Delta t \sim 100 s$

ע"י שימוש באור בעוצמת אור מסדר גודל של לכל היותר

$$F \sim \frac{eV_0}{\Delta t \pi r^2} \sim \frac{1eV}{100s \cdot 3 \times 10^{-20} m^2} \left(1.6 \times 10^{-19} \frac{j}{eV} \right) \approx 0.05 \frac{W}{m^2}$$

מובן שאין שום בעיה להשיג מקור אור כזה במעבדה.

אך גם אז, רואים כי זרימת הזרם היא מיידיית, ללא איחור.

הפתרון של איינשטיין:

כזכור, איינשטיין גזר במאמרו הראשון על יחסות (1905) את הסחת דופלר עבור אורך הגל של הבזק אור,

$$v' = v \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

כאשר β היא המהירות בין שתי מערכות ייחוס.

כמו כן, הוא מצא שהקשר בין אנרגיות ההבזק בשתי המערכות הוא

$$E' = E \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

וגם ציין "שווה לציין כי האנרגיה והתדירות של האור משתנים עם מהירות הצופה לפי אותו הכלל".

מן הסתם, העובדה שלאנרגיה ולתדירות אותה טרנספורמציה עוררה אצל איינשטיין את ההבנה שלקשר בין האנרגיה והתדירות שמצא פלאנק חמש שנים לפני כן, $E = nh\nu$, ישנה משמעות עמוקה יותר מאשר טריק שפותר את בעיית קרינת גוף שחור. ייתכן שהבנה זו הביאה אותו לנסות ליישם את הקשר של פלאנק לפתרון בעיית האפקט הפוטואלקטרי.

איינשטיין עשה זאת ב-1905, במאמר שהופיע באותו כרך של *Annalen der Physik* בו פורסמו שני מאמריו על יחסות פרטית והמאמר על תנועה בראונית. איינשטיין קיבל פרס נובל על עבודה זו ב-1921. (למרבה ההפתעה, הוא לא קיבל פרס נובל על עבודתו ביחסות!)

בעקבות פלאנק חמש שנים לפניו, איינשטיין הניח שהאור הפוגע בקתודה מופיע במנות, כל אחת בעלת אנרגיה של $h\nu$.

שימו לב שלא כל אנרגית הפוטון $h\nu$ הופכת לאנרגיה קינטית של האלקטרון:

חלק מאנרגיית הפוטון $h\nu$ דרוש כדי לשחרר את האלקטרון מן הקתודה. שחרור אלקטרונים מן הקתודה דורש אנרגיה Φ , שנקראת **פונקציית העבודה**, והיא תלויה במתכת ממנה עשויה הקתודה.

אז האנרגיה הקינטית של האלקטרונים היא

$$K = h\nu - \Phi$$

מאחר ש- $K = eV_0$, אז מתח העצירה הוא

$$V_0 = \frac{h\nu - \Phi}{e}$$

וכפי שמתקבל בניסוי, מקבלים שמתח העצירה אינו תלוי בעוצמת האור.

הסבר זה פותר גם את בעיית חוסר העיכוב בין הפעלת האור והזרם הפוטואלקטרי: בתמונה הקוונטית, אין צורך לחכות עד שמצטברת אנרגיה מספיקה על אטום אחד כדי לשחרר אלקטרון.

אנרגיית האור מופיעה בפוטונים בעלי אנרגיה קצובה. כאשר פוטון פוגע באלקטרון, כל האנרגיה של הפוטון עוברת מייד לאלקטרון, ללא צורך לחכות. זאת משום שמדובר בהתנגשות בין חלקיקים נקודתיים (או קטנים מאוד), ולכן אין את הבעיה הקלאסית של צבירת האנרגיה הדרושה לאורך זמן על-פני האטום. **שימו לב** לתעוזה שהפגין איינשטיין בטענה זו, כאשר היה ברור ומוכח כי אור הוא תופעה גלית!

מהביטוי למתח העצירה, איינשטיין חזה כי

- גרף של V_0 כפונקציה של ν ייתן קו ישר בעל שיפוע של h/e .
- לכל מתכת קיימת תדירות סף $V_{\min} = \frac{\Phi}{h}$ שמתחתיה לא מתקיים האפקט הפוטואלקטרי,

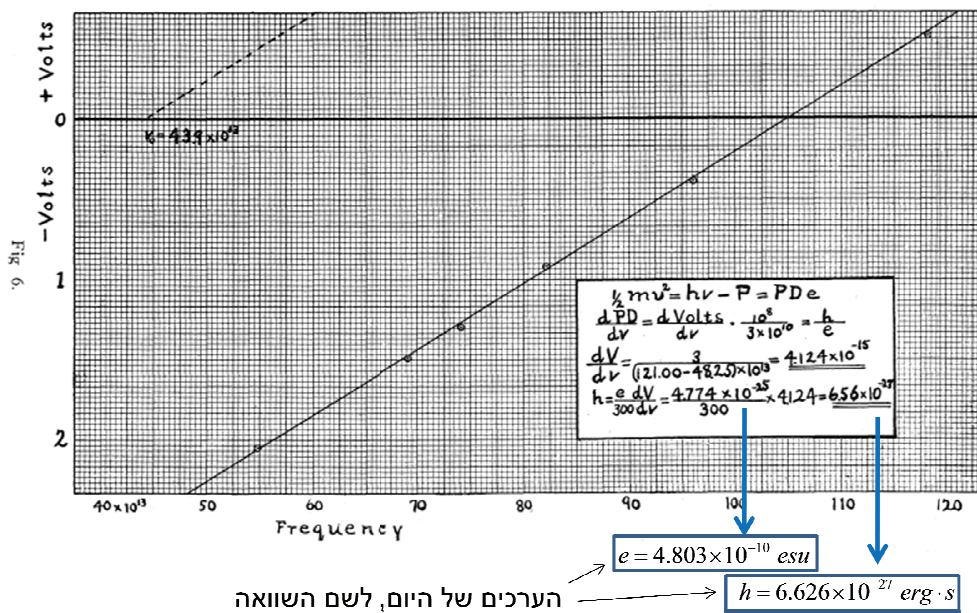
כלומר, אין שחרור של אלקטרונים עבור $\nu > V_{\min}$, כי אז לפוטון אין מספיק אנרגיה כדי לשחרר את האלקטרון מהמתכת.

נערכו ניסויים שונים לבדוק זאת, אך התוצאה לא היתה ברורה.

זאת בשל בעיות נסיוניות שונות:

- קשה למדוד את מתח העצירה V_0 , כי כשהזרם קטן כל אפקט קטן משפיע עליו.
 - פונקצית העבודה משתנה לאורך זמן כתוצאה מספיחת גז על הקתודה, התחממותה, וכו'. יש צורך לנקות את המשטח בואקום.
 - אור שמתפזר מהקתודה פוגע בדפנות השפופרת ובאנודה, כך שנוצרים זרמים פוטואלקטרים נוספים שמשפיעים על מדידת הזרם.
 - הפרש הפוטנציאלים בין מתכות שונות במעגל אינו יציב בזמן, בשל ספיחת גז, וכו'.
 - תחום תדירויות האור שהשתמשו בהם היה קטן, דבר שהגדיל את השגיאה.
 - אור בלתי רצוי באורך-גל קצר חודר לתא ומשחרר אלקטרונים.
 - האור המוקרן על הקתודה אינו בעל אורך הגל יחיד אלא בעל התפלגות של אורכי גל.
- ב-1914 וב-1916, מיליקן הצליח לבצע ניסוי מדויק שהוכיח את תחזיתו של איינשטיין והסביר מקורות של טעויות בניסויים של קודמיו.

הנה אחת התוצאות מהניסוי של מיליקן: מתח העצירה לעומת תדירות האור. סקלת הפוטנציאל מוסטת ב-2.51 וולט בשל הפרש הפוטנציאלים בין המתכות במעגל (פוטנציאל המגע $V_C^{1,2}$ בין מתכות הקתודה והאנודה, שנובע מפונקציות העבודה השונות שלהן – מיליקן השתמש בקתודת נתרן או ליתיום שלהם תחום תדירויות נוח בשל פונקצית עבודה נמוכה – בערך 2V).



עד המאמר של איינשטיין, ההסבר של פלאנק לקרינת גוף שחור נראה מקרה מיוחד ומוזר של מערכת זו.

מן הסתם, איש לא חשב שקוונטיזציה של אור היא תופעה גלובלית. איינשטיין ומיליקן הראו שלקוונטיזציה של אור יש משמעות עמוקה יותר מאשר אך ורק במקרה של קרינת גוף שחור.

ניסוי: האפקט הפוטו-אלקטרי

אנקדוטה: טלפונים סלולרים וסרטן.

מחקרים רפואיים מוכיחים כי סרטן נגרם ע"י שבירת קשרים כימיים במולקולות התא. האנרגיה הטיפוסית של קשרים אלה היא מסדר גודל של eV. האפקט הפוטואלקטרי מלמד אותנו שכדי לשבור את הקשרים באמצעות קרינה אלקטרומגנטית (וע"י כך להגדיל את הסיכוי לסרטן), דרושים פוטונים בעלי אורך אנרגיה של לפחות 1eV, כלומר, דרוש אורך גל קצר, המקיים

$$\frac{hc}{\lambda} > 1 \text{ eV}$$

$$\lambda < \frac{hc}{1 \text{ eV}}$$

מאחר ש- $hc = 12.4 \text{ keV } \text{\AA}$, מקבלים אורך גל מינימלי מסדר גודל של

$$\lambda < \frac{hc}{1 \text{ eV}} \sim 10^4 \text{ \AA}$$

כלומר, $\lambda < 10^4 \text{ \AA} = 10^{-6} \text{ m}$, שהוא אור אינפרא אדום.

(למעשה, אורך הגל הדרוש הוא באולטרא סגול, משום שאנרגיית הקשר הטיפוסית היא לא eV אחד אלא מספר eV).

לגלי הרדיו של טלפונים סלולרים יש אורך-גל טיפוסי של כ- 0.1 m, כך שהאנרגיה של הפוטונים קטנה ב-5 סדרי גודל מהמינימום הדרוש כדי לשבור קשרים כימיים. כפי שראינו באפקט הפוטואלקטרי, פוטונים בעלי אנרגיה קטנה מדי לא יכולים לשחרר אלקטרונים וע"י כך לשבור קשר כימי, וזה לא משנה כמה פוטונים פוגעים בגוף (מהי עוצמת האור).

קרינת X ופיזור בראג

ב-1895, גילה רנטגן שמהנקודה בה פגעו קרני קתודה (אלקטרונים) במסך יצאו קרניים בלתי נראות ("קרני X") שגרמו לפלוארסצנציה בלוח ששימש לזיכוי קרינה אולטרה-סגולה במנגנון זה. רנטגן ראה שהקרניים חדרו דרך גופים בלתי-חדירים לאור נראה ול-UV, כל זמן שלא היו עבים מדי או עשויים מחומר בעל צפיפות גבוהה מדי. מתח ההאצה של האלקטרונים היה מסדר גודל של 1000V.

מאלקטרומגנטיות ידוע כי כאשר אלקטרון אנרגטי מואט מהר מאוד בשל ההתנגשות בחומר, הוא יפלוט גלים אלקטרומגנטיים, ולכן היה סביר שקרני X הם גלים כאלה.

אבל רנטגן לא הצליח לזהות שבירה (במעבר בין חומרים שונים) של הקרניים או התאבכות (כמו ניסוי שני הסדקים של יאנג) – דבר שהיה מעיד שהן גלים.

מאידך, הוא גם לא הצליח להסיט את הקרניים בשדה מגנטי – דבר שהיה מעיד שהן חלקיקים טעונים.

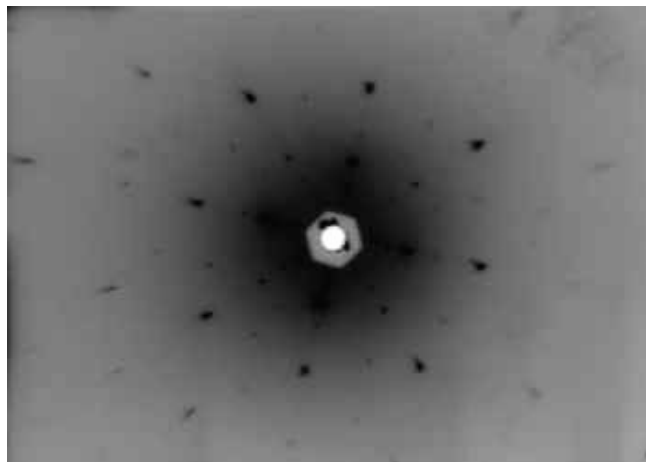
ב-1899 הצליחו Wind ו-Haga להבחין בהתרחבות קלה של קרני X במעבר דרך סדק קטן (בשל עקיפה, תופעה שדומה להתאבכות), ומכאן יכלו לקבוע שקרני X הן גלים ולהעריך את אורך הגל: כ- 10^{-10} m (אנגסטרם אחד - Å).

Laue הציע, שמאחר שאורך הגל דומה למרחק בין אטומים בגביש (שהיה ידוע כ-Å), ניתן להשתמש בגבישים ליצירת התאבכות של קרני X.

גביש הוא חומר מוצק בעל סידור סימטרי וחוזר-על-עצמו של האטומים.

ב-1912 הצליחו Friedrich & Knipping לקבל תוצאה זו נסיונית, ובכך הוכיחו שקרני X הן אכן גלים ומצאו שאורך הגל שלהן (באותו ניסוי) היה בין 0.1 ל-0.5 אנגסטרם.

הנה דוגמה של תבנית התאבכות (התאבכות Laue) של קרינת X שנוצרת מפגיעת הקרינה בגביש. הסימטריה של תבנית ההתאבכות נובעת מהסימטריה של הגביש:



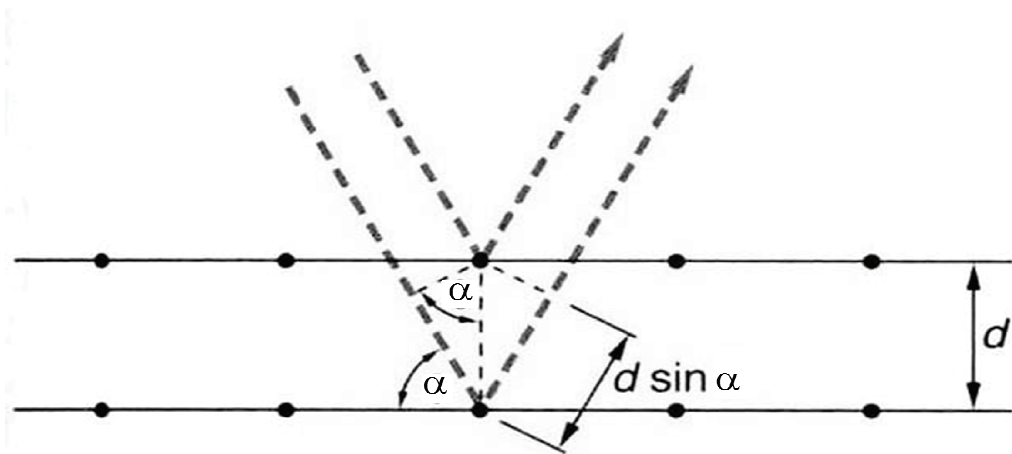
ניתן להבחין בנקודות של אור בתוך רקע כהה יותר. הנקודות נובעות מכך שרק בזוויות פיזור מסוימות קיימת התאבכות בונה בין האור המוחזר על-ידי כל האטומים בגביש,

בשעה שבכל זווית פיזור אחרת אין התאבכות בונה.

דרך פשוטה להבין תבנית זו היא באמצעות פיזור בראג (Bragg scattering) ממשטחי אטומים בגביש.

קודם כל, ניתן להוכיח (ראו תוספת בסוף ההרצאה) שאור הפוגע במשטח של אטומים מוחזר מהמשטח בזווית בה פגע בו. לכן נתבונן רק בפיזור כזה.

כעת נתבונן באור שפוגע בשני משטחי אטומים שונים:



אם המרחק בין המישורים הוא d , אז הפרש הדרך בין שתי הקרניים המוחזרות משני המישורים הוא $2d \sin \alpha$.

התאבכות בונה תרחש רק כאשר הפרש זה הוא מכפלה שלמה של אורך הגל λ של הקרינה:

$$2d \sin \alpha = n \lambda$$

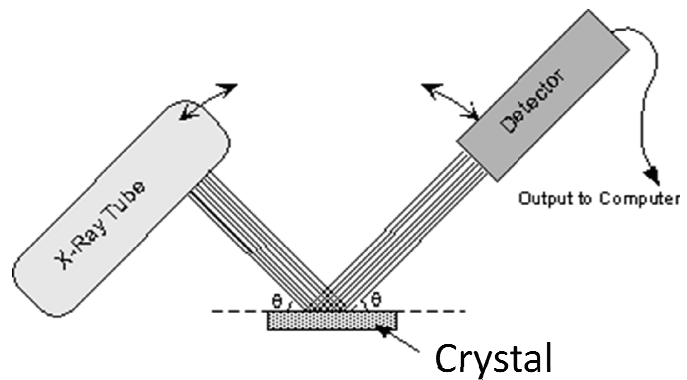
תנאי זה נקרא **תנאי בראג**.

בעזרת תנאי בראג ניתן למדוד את λ של קרני X שנפלטות ממטרה המופצצת ע"י אלקטרונים,

אם ידוע d .

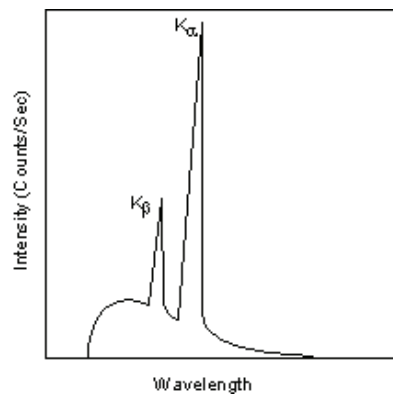
את d קל להסיק מתוך ידיעת צפיפות הגביש, המסה המולרית של אטומיו ומספר אבוגדרו.

הניסוי הוא:



ע"י הזזת השפופרת והגלאי קובעים את הזווית α הרצויה, שבה מקבלים החזרה רק של קרינה שאורך הגל שלה מקיים את התנאי $2d\sin\alpha = n\lambda$. מעוצמת הקרינה כפונקציה של הזווית (שמתורגמת לאורך גל), ניתן למדוד את ספקטרום הקרינה הבוקעת מהשפופרת.

ספקטרום טיפוסי נראה כך:



הספקטרום מורכב מקוים אופייניים, שמיקומם והגבהים היחסיים שלהם תלויים בחומר ממנו עשויה המטרה (שנמצאת בתוך השפופרת ונפגעת ע"י האלקטרונים). בנוסף, ישנה התפלגות רצף (continuum), בעלת סף חד באורך-גל קצר. המיקום של הסף, λ_{\min} , תלוי רק בהפרש הפוטנציאלים ΔV בין הקתודה והאנודה (המטרה) בשפופרת.

תופעה זו מוסברת בקלות ע"י התפיסה הקוונטית של האור:

אלקטרון בשפופרת מואץ תחת מתח ΔV , ולכן יש לו אנרגיה קינטית $K = e\Delta V$ (פוטנציאל העבודה זניח, כי הוא מסדר גודל של וולטים ספורים, בשעה ש- $\Delta V \sim 10^3$ V).

בתפיסה החלקיקית של הפוטון, K היא האנרגיה המקסימלית שאלקטרון שפוגע במטרה יכול להעניק לפוטון שנוצר כאשר האלקטרון מואט בשל הפגיעה במטרה, כלומר, $E_{\gamma}^{\max} = K$.

הקשר בין האנרגיה של פוטון לבין אורך הגל שלו הוא $E_{\gamma} = \frac{hc}{\lambda}$,

$$e\Delta V = E_{\gamma}^{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

אז מקבלים

שהוא הקשר הנסיוני הנצפה בין אורך הגל המינימלי והפרש המתחים של השפופרת.

$$hc = 12.4 \text{ keV } \text{\AA}$$

שימושי לזכור כי

מכאן נובע כי לקרני X שנוצרות ע"י האצת אלקטרונים תחת מתח של כ- 12000 V יש אורך-גל מינימלי של כ- 1.0 \text{\AA}.

פיזור של אור על אלקטרונים – אפקט קומפטון

באופן קלאסי, כאשר גל אלקטרומגנטי פוגע באלקטרון, השדה החשמלי המשתנה בזמן של הגל גורם לאלקטרון לנוע בתאוצה הלוך-חזור, לפי תדירות הגל. לפי משוואות מקסוול, אלקטרון בתנועה כזו פולט קרינה לפי תדירות תנועתו, כך שבסך הכל מתקבל פיזור של הקרינה הפוגעת, תוך שימור אורך הגל של הקרינה.

תוצאות אלה אומתו עם אור נראה ועם גלי רדיו.

אבל ב-1923 קומפטון הציע, שאם לקרני X יש תכונות של חלקיקים, כפי שהראו פלאנק ואיינשטיין, אז פיזור קרני X על אלקטרונים צריך לתת שינוי באורך הגל. לטעונו זה היה היבט מהפכני חדש, מעבר לאלה של קרינת גוף שחור והאפקט הפוטואלקטרי, בכך שקומפטון הציע שלקוונטות האור יש לא רק אנרגיה במנות קצובות, אלא גם תנע, שנתון לפי תורת היחסות.

בכך הפך את הפוטון ליותר ממנת אנרגיה – מעמדו קודם לזה של חלקיק, בעל תנע – תכונה שהיתה מיוחסת עד אז רק לגוף בעל מסה.

שימו לב שלמרות שניתן לגזור מהמשוואה היחסותית $E^2 = p^2 + m^2$ כי לחלקיק בעל מסה 0 יש תנע ששווה לאנרגיה שלו, בכל זאת יש בכך חריגה מעבר להגדרת התנע $\vec{p} = m\vec{\beta}$, שמחייבת שלגוף בעל תנע תהיה מסה שונה מ-0. אמנם, היה ידוע שלאור בעל אנרגיה E יש תנע $p=E/c$, אך קומפטון ללא ספק הגדיל את הבנת האופי החלקיקי של הפוטון. שימו לב שלקח עד 1923 עד שהצעה זו הועלתה!

(ציור של פוטון מתפזר על-פני אלקטרון ניח, ציון זווית הפיזור θ).

עם ההנחה של קומפטון שלקוונטות האור יש תנע, ניתן לרשום משוואת שימור 4-תנע עבור התנגשות הפוטון באלקטרון הנמצא במנוחה במערכת המעבדה:

$$\vec{p}_1^\gamma + \vec{p}_1^e = \vec{p}_2^\gamma + \vec{p}_2^e$$

כאשר 1 מסמן גדלים לפני ההתנגשות ו-2 אחריה.

אנו נרצה לראות מה קורה לאנרגיה של הפוטון כפונקציה של זווית הפיזור שלו. קוסינוס זווית הפיזור ניתן ע"י המכפלה הסקלרית של ה-3-תנע של הפוטון לפני ואחרי ההתנגשות. לכן נשים את שניהם באותו צד של המשוואה, וניקח את הנורמה שלה:

$$\begin{aligned} |\vec{p}_1^\gamma - \vec{p}_2^\gamma|^2 &= |\vec{p}_2^e - \vec{p}_1^e|^2 \\ 0 + 0 - 2E_1^\gamma E_2^\gamma + 2E_1^\gamma E_2^\gamma \cos \theta &= 2m_e^2 - 2m_e E_2^e + 0 \\ E_1^\gamma E_2^\gamma (\cos \theta - 1) &= m_e (m_e - E_2^e) \end{aligned}$$

כאשר בשוויון הראשון:

שני האפסים משמאל הם מסת הפוטון בריבוע,

האפס מימין הוא המכפלה הסקלרית של ה-3-תנעים $\vec{p}_1^e \cdot \vec{p}_2^e = 0$, כי $\vec{p}_1^e = 0$,

ומשמאל השמשנו בכך שעבור הפוטונים, $E=p$.

בשוויון השני קיבצנו איברים וצמצמנו את ה-2.

$$. m_e - E_2^e = E_2^\gamma - E_1^\gamma \quad \text{נקבל משימור אנרגיה}$$

(משוואת שימור האנרגיה כבר כלולה במשוואת שימור ה-4 תנע. אך כשלקחנו את הנורמה של האחרונה, הפכנו 4 משוואות למשוואה אחת, וע"י כך איבדנו מידע. מחזירים מידע זה ע"י שימוש במשוואת שימור האנרגיה באופן מפורש)

נציב זאת בצד ימין של המשוואה הקודמת ונקבל

$$. E_1^\gamma E_2^\gamma (\cos \theta - 1) = m_e (E_2^\gamma - E_1^\gamma)$$

נחלק ב- $E_1^\gamma E_2^\gamma m_e$, נהפוך סימן, ונקבל

$$\frac{1 - \cos \theta}{m_e} = \left(\frac{1}{E_2^\gamma} - \frac{1}{E_1^\gamma} \right)$$

נעבור ליחידות רגילות ע"י כפל של m_e ב- c^2 , אז

$$\frac{1 - \cos \theta}{m_e c^2} = \left(\frac{1}{E_2^\gamma} - \frac{1}{E_1^\gamma} \right)$$

כעת נשתמש בכך ש- $\frac{1}{E^\gamma} = \frac{\lambda}{hc}$, נחליף בין צידי המשוואה ונקבל

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

זוהי נוסחת קומפטון, שנותנת את שינוי אורך הגל של אור שמפוזר בזווית θ ע"י אלקטרון נייח.

$$\frac{h}{m_e c} = \frac{hc}{m_e c^2} = \frac{12.4 \text{ keV} \cdot \text{A}}{511 \text{ keV}} = 0.024 \text{ A}$$

שימושי לציין ש-

גודל זה תלוי רק במסת האלקטרון. מאחר שמצד שמאל של נוסחת קומפטון ישנו אורך גל, $h/m_e c$ נקרא אורך-גל קומפטון של האלקטרון.

זהו השינוי הטיפוסי באורך הגל של הפוטון כאשר הוא עובר פיזור על אלקטרון.

שימו לב שאם מחליפים את מסת האלקטרון במסת פרוטון או כל הגרעין, השינוי באורך הגל מזערי, כי או"ג קומפטון פרופורציוני באופן הפוך למסה.

קומפטון ביצע את הניסוי באותה השנה:

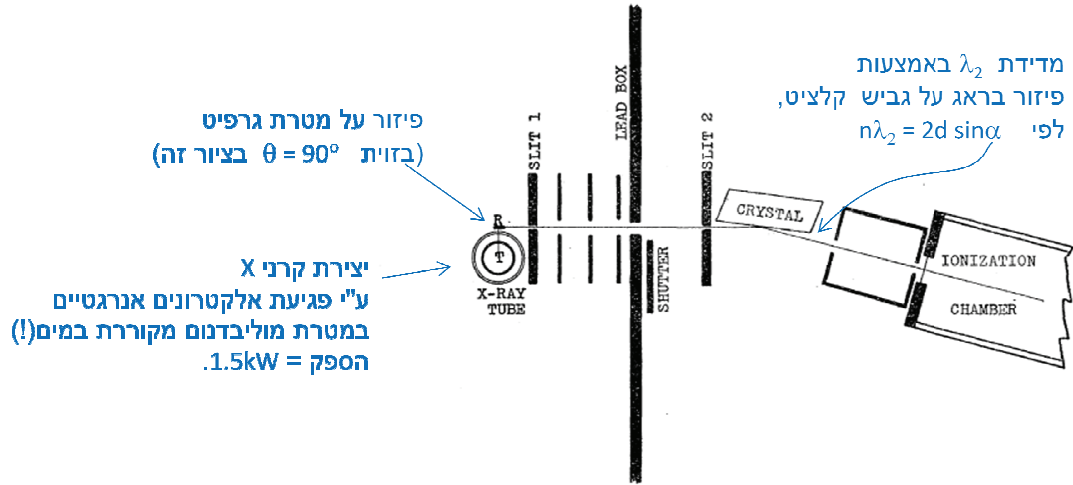
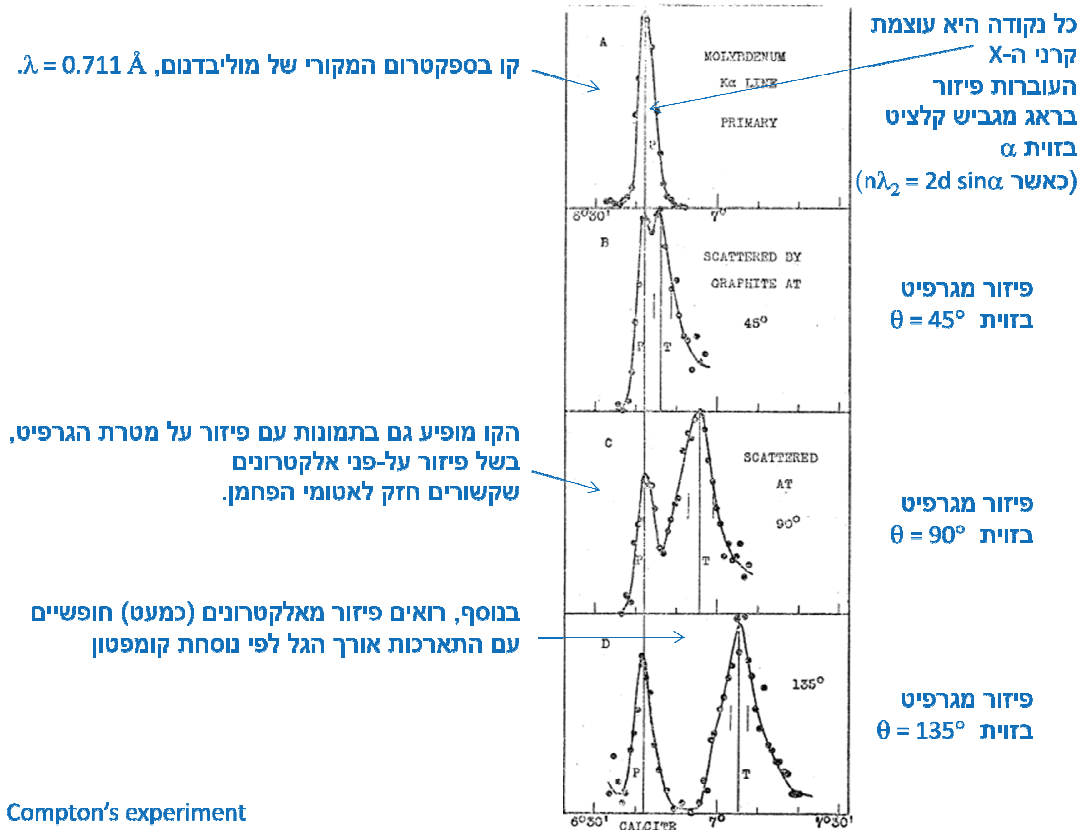


Fig. 1. Measuring the wave-length of scattered x-rays.

Compton's experiment

קומפטון מדד את שינוי אורך הגל לאחר פיזור קרני X על מטרת מוליבדום בזוויות שונות, וקיבל

את התוצאות הבאות:



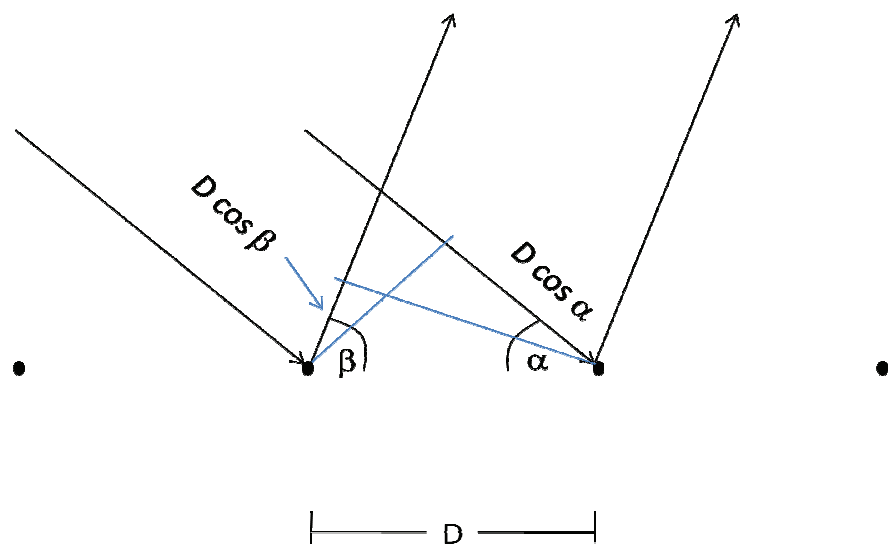
בציור A מופיע הקו המקורי של הקרן שנפלטה ממטרת המוליבדנום, ללא פיזור קומפטון על הגרפיט.

בשאר התמונות, היה פיזור קומפטון מן הגרפיט בזוויות $\theta = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$. גם בתמונות אלה מופיע הקו המקורי של מוליבדנום, בעקבות פיזור הקרן על-פני אלקטרונים שקשורים חזק לגרעיני הגרפיט או על-פני הגרעין עצמו, כך שכל האטום משתתף בפיזור הפוטון, לא רק האלקטרון. במקרה זה, המסה האפקטיבית היא מסת האטום, שגדולה פי כ-24,000 ממסת האלקטרון, ולכן אין כמעט שינוי ב- λ .

בנוסף לקו המקורי של מוליבדנום, רואים קו נוסף באורך-גל גדול יותר. קו זה נוצר מפיזור הפוטונים על-פני אלקטרונים כמעט חופשיים בגרפיט (שאנרגיית הקשר שלהם \gg אנרגיית הפוטונים). ההפרש בין אורכי הגל מתאים לתחזית של קומפטון.

תוספת:

נבין מדוע אור שפוגע במשטח של אטומים מוחזר באותה זווית כמו זווית הפגיעה. נתבונן באור הפוגע במשטח כזה, בו המרחק בין כל שני אטומים הוא D .



לשם פשטות, נניח כי חזית הגל (המקום בו חלקי הקרן השונים נמצאים באותה פאזה, קוים אפורים) נמצאת בניצב לכוון התקדמות הגל.

פתרונות של משוואת הגלים מראים שהאור מתפזר מהאטום בכל הכוונים. זווית הפגיעה של הקרן במשטח היא α וזווית ההחזרה היא β .

אז הפרש הדרכים בין הקרניים המוחזרות משני האטומים הוא $\Delta r = D(\cos \alpha - \cos \beta) \equiv d\eta$

והפרש הפאזה בין הקרניים המוחזרות משני האטומים הוא $\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi\eta \frac{d}{\lambda}$.

אז פונקציית הגל של הקרניים המוחזרות משני אטומים אלה היא

$$\begin{aligned} & \cos\left(2\pi\left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right) + \cos\left(2\pi\left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + 2\pi\eta \frac{d}{\lambda}\right) \\ & \equiv \cos\left(\phi_0(r, t) + 2\pi\eta \frac{d}{\lambda}\right) \end{aligned}$$

כעת נוסיף את הגלים המוחזרים מכל האטומים במשטח:

$$\sum_n \cos\left(\phi_0 + 2\pi\eta \frac{d}{\lambda} n\right)$$

מאחר שפונקציית הקוסינוס יכולה לקבל ערכים חיוביים או שליליים, חיבור של הרבה קוסינוסים בעלי הבדלי פאזה אקראיים נותנת במוצע 0, או בכל אופן, גודל קטן ביחס למספר האטומים.

האפשרות היחידה שלא נקבל 0 היא אם $\eta=0$, ואז כל הקוסינוסים הם באותה פאזה ומתחברים לערך גדול. זוהי התאבכות בונה.

אז עבור זווית החזרה שווה לזווית הפגיעה, הפרש הפאזה בין הקרניים המוחזרות מכל האטומים הוא 0, כי $\eta=0$, ורואים שרק בכוון זה ישנה החזרה.

(כאשר זווית הפגיעה וההחזרה אינן שוות, ההחזרות מהאטומים השונים הן לא קוהרנטיות, אך לא נכנס לפרטים אלה כאן).