

תרגיל 4 / ליניארית להנדסה תש"ף

25 בנובמבר 2019

1. עבור כל אחת מהמטריצות הבאות בדקו אם היא הפיכה. אם כן, מצאו את A^{-1} במפורש. אם לא, מצאו פתרון שונה מאפס

למערכת ההומוגנית שהיא מייצגת (כלומר מצאו $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \neq 0$ כך ש- $Ax = 0$).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (\text{א})$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad (\text{ב})$$

2. תהי $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ מטריצה. לאחר ביצוע הפעולות האלמנטריות הבאות התקבלה מטריצת היחידה:

$$R_1 \leftrightarrow R_2$$

$$4R_1 + R_2 \rightarrow R_2$$

$$8R_3 \rightarrow R_3$$

(א) מצאו את A^{-1} באופן מפורש.

(ב) מצאו את A .

3. תהי $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$, $A \neq 0$. הוכיחו: A לא הפיכה אם ורק אם היא מחלקת אפס (כלומר, קיימת $B \neq 0$ כך ש- $AB = 0$).

4. תהי A מטריצה ריבועית המקיימת:

$$3A^2 + 3A^4 - 5A^5 - A^{10} + 5I = 0$$

(א) הוכיחו: A הפיכה.

(ב) מצאו את ההופכית A^{-1} (כתלות במטריצה A).

5. תהי A מטריצה ריבועית. הוכיחו או הפריכו:

(א) אם $A + A^2$ הפיכה אז A^2 הפיכה.

(ב) אם A הפיכה אז $A + A^2$ הפיכה.

(ג) אם $A^2 = A$ אז $A = I$ או A איננה הפיכה.

(ד) אם ב- A יש עמודות אפסים אז A איננה הפיכה.

6. נתונה המטריצה הבאה:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 3 & -5 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

האם המטריצה $A \cdot A^t$ הפיכה? הוכיחו את קביעתכם.

בהצלחה!