

אינפי 1 – תרגיל 9

תרגיל 1:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos(\pi x)}{x^2 - 2x + 1}$$

מצאו את הגבול

(רמז: זהויות טריגונומטריות)

תרגיל 2:

חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \left[\frac{1}{x} \right] \quad \text{א.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \left[\frac{1}{x} \right] \quad \text{ב.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x]}{x} \quad \text{ג.}$$

תרגיל 3:

$$f(x) = \begin{cases} ax & x \leq 1 \\ x^2 + b & x > 1 \end{cases}$$

לאילו ערכי a, b קיים הגבול:

שאלה 4:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(2x) - f(x)] = 0 \quad \text{אזי} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$$

הוכיחו/הפריכו: אם

שאלה 5:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{2}{3}} \cdot (\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x})$$

א. חשבו את הגבול

ב. איך תשתנה תשובתכם אם $x \rightarrow -\infty$?

שאלה 6:

הוכיחו כי לא קיימים הגבולות הבאים:

$$\text{א. } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x$$

$$\text{ב. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x^3}{\sin^3 x}$$

תזכורת: זיכרו שראיתם בהרצאה את האי-שוויון:

$$\text{לכל } 0 < x < \frac{\pi}{2} \text{ מתקיים } 0 < \sin x < x, \text{ ולכל } -\frac{\pi}{2} < x < 0 \text{ מתקיים}$$

$$x < \sin x < 0$$

$$\text{ג. } \lim_{x \rightarrow a} [x] \text{ לכל } a \in \mathbb{Z}$$

אתגר מחשבתי

(לא חובה, ולא יהיה בבוחן, אבל נחמד לחשוב על דברים כאלה מדי פעם ☺)

תנו דוגמא לפונקציה חיובית ולא חסומה, המוגדרת בקטע $[0,1]$ שאינה שואפת לאינסוף בשום נקודה.