

לוגיקה – פתרון תרגיל בית 11

תרגיל 1

הצרינו את הטיעונים הבאים ובדקו את תקפותם באמצעות טבלת אמת:

בשלב זה אני מניחה שכולכם שולטים היטב בטבלאות אמת, לכן אתן רק את ההצרנה ואת התשובה הסופית.

א. אם דני ישכור מכונית, הרי שאם יעלה על הכביש המהיר, הרי שיגיע לפני השעה שנקבעה. דני יגיע לפני השעה שנקבעה. לכן אם דני ישכור מכונית, הרי שיעלה על הכביש המהיר.

מילון

p – דני ישכור מכונית

q – דני יעלה על הכביש המהיר

r – דני יגיע לפני השעה שנקבעה

הצרנה

$$1. p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

$$2. r \quad / \therefore p \rightarrow q$$

- הטיעון אינו תקף וניתן לראות זאת בטבלה בשורה בה $p = T, q = F, r = T$.

ב. דני יגיע לבחינה בתנאי שילמד את החומר. דני ילמד את החומר אם ורק אם הוא אוהב את המקצוע. לכן דני יגיע לבחינה רק אם הוא אוהב את המקצוע.

מילון

p – דני יגיע לבחינה

q – דני ילמד את החומר

r – דני אוהב את המקצוע

הצרנה

$$1. q \rightarrow p$$

$$2. q \leftrightarrow r \quad / \therefore p \rightarrow r$$

- הטיעון אינו תקף וניתן לראות זאת בשורה בה $p = T, q = F, r = F$.

ג. אם הואשמת בהריגה או בנהיגה בשכרות אזי ישללו לך את הרשיון. לא הואשמת בהריגה. לכן אם ישללו לך את הרשיון, משמע שנהגת בשכרות.

מילון

p – הואשמת בהריגה

q – הואשמת בנהיגה בשכרות

r – ישללו לך את הרשיון

הצרנה

$$1. (p \vee q) \rightarrow r$$

$$2. \neg p \quad / \therefore r \rightarrow q$$

• הטעון אינו תקף וניתן לראות זאת בשורה בה $p = F, q = F, r = T$.

ד. תלס אמר שהכל נמצא במנוחה ופרמנידיס לא אמר זאת, או שפרמנידיס כן אמרת זאת אבל הרקליטוס דחה את הטענה. אם תלס אכן אמר שהכל נמצא במנוחה, משמע שהפילוסופיה שלו אינה תואמת את עיקרי האסכולה המילטית (Milesian School). ידוע שהפילוסופיה של תלס כן תואמת את עיקרי האסכולה המילטית. לכן הרקליטוס דחה את הטענה.

מילון

p – תלס אמר שהכל נמצא במנוחה

q – פרמנידיס אמר שהכל נמצא במנוחה

r – הרקליטוס דחה את הטענה

s – הפילוסופיה של תלס תואמת את עיקרי האסכולה המילטית

הצרנה

$$1. (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge r)$$

$$2. p \rightarrow \neg s$$

$$3. s \quad / \therefore r$$

• הטעון תקף.

תרגיל 2

מצאו את הצורה הדיסיונקטיבית הנורמלית (DNF) של כל אחת מטבלאות האמת הבאות:

| p | $p \supset p$ |
|-----|---------------|
| T | T |
| F | T |

$$p \vee \neg p$$

| p | q | $p \supset q$ |
|-----|-----|---------------|
| T | T | F |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | T |

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

| p | q | $p \supset q$ |
|-----|-----|---------------|
| T | T | F |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | T |

$$\neg p \wedge \neg q$$

| p | q | $p \supset q$ |
|-----|-----|---------------|
| T | T | F |
| T | F | F |
| F | T | T |
| F | F | T |

$$(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

| p | q | r | $p \supset q \supset r$ |
|-----|-----|-----|-------------------------|
| T | T | T | T |
| T | T | F | F |
| T | F | T | T |
| T | F | F | T |
| F | T | T | F |
| F | T | F | F |
| F | F | T | F |
| F | F | F | F |

$$(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)$$

תרגיל 3

ניזכר בטבלת האמת של הקשר **קו שפר**:

| p | q | $p q$ |
|-----|-----|-------|
| T | T | F |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | T |

נניח שפסוקים p, q הם אמיתיים ואילו פסוק r הוא שקרי. קבעו את ערך האמת של הפסוקים הבאים:

- א. $\text{T} - (p|p)|q$
- ב. $\text{F} - (p \wedge q)|(r \vee q)$
- ג. $\text{T} - (p|p)|(r|r)$
- ד. $\text{T} - ((p|q)|r) \vee \neg((r|q)|p)$

תרגיל 4

בטיעונים הבאים חסרים נימוקים בשורות של ההוכחה. השלימו את הנימוקים תוך שימוש ב-9 כללי הגזירה הראשונים שלמדנו.

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1. $\neg q \rightarrow p$ | 1. $p \rightarrow q$ |
| 2. $s \rightarrow (r \vee q)$ | 2. $r \vee p$ |
| 3. $\neg(r \vee q)$ | 3. $\neg r$ / $\therefore \neg r \wedge q$ |
| 4. $q \rightarrow s$ / $\therefore p$ | 4. p 2,3, <i>D.S.</i> |
| 5. $\neg s$ 2,3, <i>M.T.</i> | 5. q 1,4, <i>M.P.</i> |
| 6. $\neg q$ 4,5, <i>M.T.</i> | 6. $\neg r \wedge q$ 3,5, <i>Conj.</i> |
| 7. p 1,6, <i>M.P.</i> | |

1. $n \rightarrow o$
2. $(n \wedge o) \rightarrow p$
3. $\neg(n \wedge p) \quad / \therefore \neg n$
4. $n \rightarrow (n \wedge o) \quad 1, \text{Abs.}$
5. $n \rightarrow p \quad 2, 4, \text{H.S.}$
6. $n \rightarrow (n \wedge p) \quad 5, \text{Abs.}$
7. $\neg n \quad 3, 6, \text{M.T.}$

1. $p \rightarrow \neg q$
2. $\neg p \rightarrow (r \rightarrow \neg q)$
3. $(\neg s \vee \neg r) \rightarrow \neg \neg q$
4. $\neg s \quad / \therefore \neg r$
5. $\neg s \vee \neg r \quad 4, \text{Add.}$
6. $\neg \neg q \quad 3, 5, \text{M.P.}$
7. $\neg p \quad 1, 6, \text{M.T.}$
8. $r \rightarrow \neg q \quad 2, 7, \text{M.P.}$
9. $\neg r \quad 6, 8, \text{M.T.}$

1. $p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow r$
3. $s \rightarrow t$
4. $p \vee s \quad / \therefore r \vee t$
5. $p \rightarrow r \quad 1, 2, \text{H.S.}$
6. $(p \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow t) \quad 3, 5, \text{Conj.}$
7. $r \vee t \quad 4, 6, \text{C.D.}$

1. $p \rightarrow q$
2. $(p \rightarrow r) \rightarrow (s \vee q)$
3. $(p \wedge q) \rightarrow r$
4. $\neg s \quad / \therefore q$
5. $p \rightarrow (p \wedge q) \quad 1, \text{Abs.}$
6. $p \rightarrow r \quad 3, 5, \text{H.S.}$
7. $s \vee q \quad 2, 6, \text{M.P.}$
8. $q \quad 4, 7, \text{D.S.}$