

## תרגיל 4 - אינפי 4

6 במאי 2018

1. לאילו ערכי  $a \in \mathbb{R}$ , קבוצת הפתרונות של המערכות הללו הן משטח:

$$\text{משטח ממימד 2 ב } \mathbb{R}^4 \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2^3 + 2x_3 + x_4^2 = a \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - 4x_4 = 1 \end{cases} \quad (\text{א})$$

$$\text{משטח ממימד 1 ב } \mathbb{R}^3 \quad \begin{cases} 2x^2 + y^3 + z = 1 \\ x + 3y + z = a \end{cases} \quad (\text{ב})$$

2. כזכור,  $\mathbb{R}^4 \cong \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \mid a_{ij} \in \mathbb{R} \right\} = M_2(\mathbb{R})$ . הוא מונואיד המטריצות 2 על 2 עם רכיבים ממשיים. האם תתי קבוצות מטה הם משטחים? נמקו, ובמקרה שכן, הגידו מהו המימד.

$$SL_2(\mathbb{R}) = \{m \in M_2(\mathbb{R}) \mid \det m = 1\} \quad (\text{א})$$

$$GL_2(\mathbb{R}) = \{m \in M_2(\mathbb{R}) \mid \det m \neq 0\} \quad (\text{ב})$$

$$M_2(\mathbb{R}) \setminus GL_2(\mathbb{R}) \quad (\text{ג})$$

3.

(א) מצאו בסיס למרחב המשיק ומשוואות מישור המשיק עבור המשטח הנתון על ידי

$$3x_1 + x_2^3 + 2x_3 + x_4^2 = 9$$

$$3x_1 + 3x_2 - x_3 - 4x_4 = 1$$

$$\text{בנקודה } (1, -1, 3, -1).$$

(ב) מצאו בסיס למרחב המשיק עבור המשטח הנתון על ידי

$$2x^2 + y^3 + z = 1$$

$$x + 3y + 2z = 1$$

$$\text{בנקודה } (1, 1, -2).$$

4. חשבו את שטח המשטח  $S$  במקרים הבאים:

(א)

$$S = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 16, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z\}$$

(ב)

$$S = \{(x, y, z) \mid 3x - 3y + z = 12, y^2 + z^2 \leq 1\}$$

5. יהי  $a$  פרמטר. חשבו את שטח המשטח  $az = xy$  הכלוא בתוך הגליל

$$\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq a^2\}$$

6. תהי פונקציה חיובית המגודרת על הקטע  $[a, b]$ . כזכור, שטח הפנים של גוף סיבוב שלה סביב ציר  $x$  נתון על ידי הנוסחה

$$2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

הוכיחו נוסחה זו באמצעות אחת הנוסחאות של שטח פנים שנלמדו בקורס.