

רשימת משפטים שצריך לדעת להוכיח למבחן

סמסטר א', תשע"ו

במבחן יכול להופיע כל אחד מהמשפטים הבאים (הוא יופיע עם הניסוח שלו), ועליכם לדעת להוכיח אותו במלואו ובפירוט, כפי שהוא הוכח בהרצאה. להלן הרשימה:

1. הסכום $U \oplus W$ הוא ישר אם ורק אם $U \cap W = \{0\}$.
2. משפטון ההחלפה של שטייניץ.
3. קבוצה בת"ל מקסימלית היא בסיס, וקבוצה פורשת מינימלית היא בסיס.
4. משפט השלישי חינם.
5. יחידות ההצגה לבסיס.
6. משפט המימדים לתת-מרחבים וקטוריים.
7. מטריצה A הפיכה משמאל (או מימין) אם ורק אם A הפיכה.¹
8. לכל מטריצה, דרגת השורות שווה לדרגת העמודות.
9. $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ הפיכה אם ורק אם לכל מערכת $Ax = b$ יש פתרון יחיד אם ורק אם ... אם ורק אם $r(A) = n$ (משפט מסכם).²
10. משפט ההגדרה של העתקות לינאריות.
11. T חח"ע אם ורק אם $\ker T = \{0\}$.
12. משפט הדרגה של העתקות לינאריות.

¹למשפט הזה ראיתם שתי הוכחות; אחת עם מערכות משוואות, ואחת עם העתקות לינאריות. במבחן מותר יהיה להשתמש בכל אחת מהן, אך יש לכתוב הוכחה מלאה.
²במבחן יכול להופיע רק חלק מן המשפט, למשל שסעיף 2 גורר את סעיף 4.