

תרגול כיתה 6 – מבוא להסתברות וסטטיסטיקהמשתנה מקרי רציף

מתרגלים: ליאור דקל ואדם צ'פמן

תכונות פונקציית הצפיפות f (של מ"מ רציף X):

1) $f(x) \geq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R})$

2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

חישוב פונקציית ההתפלגות המצטברת F (של מ"מ רציף X):

1) $F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f_X(x) dx$

2) $\int_a^b f(x) dx = P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F(b) - F(a)$

התוחלת והשונות של מ"מ רציף X :

♦ התוחלת: $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$

♦ השונות: $Var(X) = E(X^2) - [E(x)]^2$

תרגיל 1

$$f(x) = \begin{cases} cx^n, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

פונקציית הצפיפות של משתנה X היא

(א). חשב את c .(ב). מצא את פונקציית ההתפלגות המצטברת $F_X(x)$.(ג). חשב את $P(X \geq a)$ לכל $0 \leq a \leq 1$.

תרגיל 2

$$f(t) = \begin{cases} at^2 + bt & , 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & , else \end{cases}$$

פונקציית הצפיפות של משתנה X היא

כאשר a, b קבועים ממשיים.

נתון בנוסף כי $E(X) = 0.6$. חשב את $P(X \leq \frac{1}{2})$ ואת $Var(X)$.

תרגיל 3

זמן החיים (בחודשים) של שפופרת אלקטרונית הוא משתנה מקרי X שצפיפותו

$$f(t) = \begin{cases} te^{-t} & , 0 \leq t \\ 0 & , else \end{cases}$$

(א) מהי תוחלת זמן-החיים של שפופרת?

(ב) במכשיר פועלות 10 מנורות ב"ת. מה הסיכוי שלפחות לשתיים מהן יהיה זמן חיים של יותר משלושה חודשים?

תרגיל 4

נתון קטע ממשי שאורכו 1. בוחרים באקראי נקודה על הקטע, כך שפונקציית הצפיפות של

$$f(t) = \begin{cases} 2t & , 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & , else \end{cases}$$

בחירת הנקודה היא מהי ההסתברות שהנקודה

תחלק את הקטע לשני חלקים, כך שהיחס בין החלק הקצר לחלק הארוך קטן מ- $\frac{1}{4}$?

תרגיל 5

(א) נתון שהמ"מ הרציף X מתפלג אחיד עם פונ' הצפיפות $(0 < x < 1)$, $f_X(x) = 1$.

נגדיר מ"מ $Z = 4X + 1$. מצא את פונ' ההתפלגות ואת הצפיפות של Z .

(ב) יהי X משתנה עם צפיפות $f_X(x) = 2xe^{-x^2}$ ($x > 0$). מצא את הצפיפות

של $Y = X^2$.