

#### תרגיל כיתה 4

1. בתוך כובע יש 20 פתקים שעליהם רשומים כל המספרים בין 1 ל-20 (מספר אחד על כל פתק). מוציאים פתקים עד להוצאת המספר 13. יהי  $X$  מספר ההוצאות. מהי התפלגות  $X$ ?

2. משתנה מקרי  $X$  מקבל את הערכים  $0, 1, 2, \dots$  בהסתברות  $P(X=i) = \frac{C}{3^i}, i=0, 1, 2, \dots$

א. מצא את הערך של הקבוע  $C$ .

ב. את התוחלת של  $X$ .

ג. את ההסתברות של  $X > 5$ .

ד. את ההסתברות ש- $X$  לא זוגי.

3. בכד יש ארבעה כדורים שחורים, שלושה כדורים לבנים ושני כדורים אדומים. מוציאים מתוך הכד מדגם של ארבעה כדורים באופן מקרי וללא החזרה. נגדיר:  $X$  - מספר הצבעים השונים המופיעים במדגם. מצאו התפלגות  $X$ , התוחלת והשונות שלו.

4. ההתפלגות המשותפת של זוג המשתנים המקריים  $(X, Y)$  נתונה בטבלה הבאה:

X \ Y	0	1	2
0	1/16	1/8	1/16
1	1/8	1/4	1/8
2	1/16	1/8	1/16

א. מצאו את  $Var(X - Y), Var(X), Var(Y)$

ב. האם  $X$  ו- $Y$  תלויים?

ג. באופן כללי אם  $X$  ו- $Y$  משתנים מקריים בלתי תלויים, מה ניתן להגיד על  $Var(X - Y)$ ?

5. האנשים 1 עד  $n$  כאשר  $n > 1$ , מתקבלים לעבודה בחברה מסוימת באופן זה: 1 מקים את החברה ושוכר את 2. 1 ו-2 מתחרים ביניהם מי ישכור את 3. משהתקבל 3 לעבודה, 1, 2 ו-3 מתחרים ביניהם על שכירת 4 וכן הלאה. נניח כי שוכרו של  $i+1$  הוא בהסתברות שווה כל אחד מהעובדים  $1, 2, \dots, i$ .

א. מצאו את התוחלת של מספר העובדים בין  $1, 2, \dots, n$  שלא שכרו אף עובד אחד.

ב. פתחו ביטוי לשונות המשותפת  $Cov(X_i, X_j)$

6. כורה לכוד במכרה, בתא שיש בו 3 דלתות. האחת נפתחת למנהרה שדרכה הכורה נחלץ מן המכרה לאחר הליכה של 3 שעות; השנייה נפתחת למנהרה המחזירה אותו, לאחר 5 שעות הליכה, לאזור המכרה ממנו יצא; והשלישית נפתחת למנהרה המחזירה אותו, לאחר הליכה של 7 שעות, לאותו איזור. אם נניח כי בכל פעם הכורה בוחר באקראי אחת משלוש הדלתות (כלומר, ייתכן שהוא ייבחר שוב שוב בדלת שכבר בחר בה קודם לכן), מהי תוחלת הזמן שיעבור עד צאתו מן המכרה?