

83-116 מתמטיקה בדידה – תרגיל 9

לציין בפתרון המוגש: שם מלא, ת.ז ויום של התרגול אליו אתם באים

שאלה 1 תארו בצורה רקורסיבית את הסדרות הבאות:

- א. המספרים הטבעיים \mathbb{N}
- ב. השלמים השליליים הזוגיים
- ג. $3, 3^2, 3^3, 3^4, \dots$
- ד. $0!, 1!, 2!, 3!, 4!, \dots k!, \dots$

שאלה 2

- א. חיידק מתחלק שעה לאחר היווצרו לשני חיידקים (הוא מתחלק ל-2 חדשים ולא נשאר בעצמו). כל חיידק "חדש" מתנהג באופן דומה. יהי $a(n)$ מספר החיידקים לאחר n שעות כאשר בהתחלה יש חיידק בודד. מצא נוסחת נסיגה ל- $a(n)$
- ב. נניח שמדובר בחיידקים: כל חיידק בן שעה מוליד עוד 2 חיידקים (ואז חי לו עד סוף הימים...) יהי $b(n)$ מס' החיידקים לאחר n שעות כאשר בהתחלה יש חיידק בודד.

שאלה 3

מצא נוסחה רקורסיבית למס' הדרכים לחלק קבוצה בת $2n$ איברים ל- n זוגות.

שאלה 4

מצא נוסחת נסיגה לבעיה: כמה מילים יש באורך n מעל הא"ב $\{1,2,3\}$ שאין בהן את הרצפים 00 ו-23?

שאלה 5

2 חברים פותחים תנועה חדשה שנפגשת כל שבוע. כל חבר ותיק (כלומר שכבר היה ב-2 פגישות) חייב להביא עמו לכל פגישה משתתף חדש וכל משתתף חדש חייב לגייס לפגישה הבאה 2 חברים חדשים. בהנחה שכולם מצליחים בזה ואף אחד לא פורש, כמה חברים יהיו בתנועה בשבוע ה- m ?

שאלה 6

קנגורו יכול לעשות צעד אחד, לדלג 2 צעדים או לקפוץ 4 צעדים. בכמה דרכים הוא יכול להתקדם למרחק של n צעדים?

שאלה 7

דוור סקרן פותח 6 מעטפות ומוציא את המכתבים שבתוכן. הדוור גם קצת שיכור והוא מחזיר את המכתבים למעטפות בלי לבדוק שמות (באופן אקראי). בכמה דרכים הוא יכול לעשות זאת כך שאף נמען לא יקבל את המכתב המקורי שיועד לו?

הוראות: השתמשו בנוסחא הרקורסיבית שלמדתם בכיתה ומצאו את כל האיברים על האיבר השישי.