

תרגיל בית 5 במתמטיקה בדידה 2

27 במאי 2019

1. מספר התלמידים בכיתה הוא 34. ציון של תלמיד הוא מספר שלם בין אפס לבין מאה, כולל. מצאו כמה אפשרויות יש להעניק ציונים לתלמידים כך שהציון הממוצע בכיתה יהיה 87. (רמז: מה צריך להיות סכום הציונים?)

2. n אנשים נכנסים למסעדה. לכל אחד מהם מעיל ועניבה. בסיום הארוחה הם ממחרים לעזוב וכל אחד מהם לוקח מעיל ועניבה כלשהם. מה מספר האפשרויות שבהן אף אחד מהם לא יקבל בחזרה הן את מעילו והן את עניבתו (ייתכן שמישהו יקבל את המעיל או העניבה, אך לא את שניהם)?

3. לכמה סדרות מאורך n בספרות $\{0, 1, 2, 3\}$ יש התכונה: כל אחת מהספרות 1,2,3 מופיעה לפחות פעם אחת?

4. מצאו כמה מספרים בין 1 ל-300 מתחלקים לפחות באחד מהבאים: 2, 3, 5, והסיקו מכך את $\phi(300)$.

5. נסמן ב- A את קבוצת אותיות הא"ב. תמורה על אותיות הא"ב היא פונקציה הפיכה $f: A \rightarrow A$. ניתן לכתוב תמורה כזו כטבלה עם שתי שורות, בעליונה רושמים את האותיות (לפי הסדר הרגיל), ובשנייה רושמים מתחת לכל אות את התמונה שלה.

ת	ש	ר	...	ג	ב	א	a
ג	פ	ר	...	ד	ל	י	$f(a)$

לדוגמא (רק חלק מהפונקציה):

(א) כמה תמורות על A מכילות ברצף לפחות אחת מהמילים הבאות: ראש, יד, פה?
(ב) כמה תמורות על A אינן מכילות ברצף אף אחת מהמילים הבאות: רגל, נעל, יחפה?

6. בכמה דרכים ניתן לסדר את הספרות 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3 בשורה כך שלא תהיה שלשה צמודה מאותה ספרה?