

תרגיל בית 8 – ליניארית 1

תרגיל 1

הוכיחו: אם הווקטורים u_1, u_2, u_3 תלויים ליניארית, אזי גם הווקטורים $u_1 + u_2, u_2 + u_3, u_3 + u_1$ תלויים ליניארית.

תרגיל 2

עבור אילו ערכי λ מתקיים:

הקבוצה $\{a_1, a_2\}$ בת"ל \Leftarrow $\{\lambda a_1 + a_2, a_1 + \lambda a_2\}$ בת"ל.

תרגיל 3

תהי $\{a_1, \dots, a_k\}$ קבוצת ווקטורים ב- \mathbb{R}^n . הוכיחו, אם $k > n$ אזי הקבוצה תלויה ליניארית.

תרגיל 4

$$V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0, x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}\}$$
$$W = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1, x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}\}$$

יהיו

הוכיחו ש- V הוא מרחב ווקטורי, ו- W אינו מרחב ווקטורי.

תרגיל 5

ידוע שאוסף כל הפונקציות $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ מהווה מרחב ווקטורי מעל \mathbb{R} ביחס לחיבור פונקציות $((f + g)(x) = f(x) + g(x))$ וכפל בסקלר $((\alpha f)(x) = \alpha(f(x)))$. הוכיחו/הפריכו: קבוצת כל הפונקציות $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימות $f(1) = 0$ היא תת מרחב ווקטורי (של המרחב הנ"ל).

תרגיל 6

בדקו האם W הוא תת מרחב ווקטורי של \mathbb{R}^3 בכל אחד מהמקרים הבאים:

א. $W = \{(a, b, c) \mid a = 3b\}$

ב. $W = \{(a, b, c) \mid a \leq b \leq c\}$

ג. $W = \{(a, b, c) \mid a = b^2\}$

תרגיל 7

תנו דוגמא לקבוצה עם $n+1$ וקטורים ב- F^n כך שהם תלויים ליניארית, אך כל תת-קבוצה שלה אינה תלויה ליניארית.

תרגילים מהחוברת

עמוד 37 והלאה:

5.1, 5.4, 5.6, 5.7, 5.8 סעיפים א' ו-ד', 6.2