

תרגיל בית 3

שאלה 1

נתונה מטריצה A מסדר 3 המקיימת את התנאים: $\det(A+I)=0$, $\text{rank}(A-2I) < 3$, המטריצה אינה הפיכה. אילו מהטענות הבאות נכונות?

- הפולינום האופייני של A הוא $P(\lambda) = \lambda^3 + \lambda^2 - 2\lambda$.
- המטריצה A^2 לכסינה.
- המטריצה $A-I$ לא הפיכה.
- קיים תת מרחב ממימד 2 עצמי של A .

שאלה 2

תהי $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ העתקת הסיבוב של 90° נגד כיוון השעון. האם ההעתקה לכסינה? אם כן, מצא בסיס B כך ש $[T]_B$ אלכסונית.

שאלה 3

נסמן ב $\mathbb{R}_3[x]$ את מרחב כל הפולינומים ממעלה 3 או פחות מעל שדה הממשיים.

תהיי $T: \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}_3[x]$ המוגדרת ע"י $T(f) = [(x+1)f(x)]'$.

- מצא פולינום אופייני.
- מצא את הערכים העצמיים.
- מצא את המרחבים העצמיים.

שאלה 4

יהי $V = M_2(\mathbb{R})$. תהיי $T: V \rightarrow V$ העתקה ששולחת כל מטריצה למשוחלפת שלה ז"א $T(A) = A'$.

- מצאו את הפולינום האופייני של T .
- מצאו את הערכים העצמיים של T .
- האם T לכסינה?

שאלה 5

נתונות הפונקציות $f(x) = x^4 + 4x^3 - 7x + 2$, $g(x) = x^2 + 3x - 4$

- מצאו את $\gcd(f(x), g(x))$ מעל \mathbb{C} .
- מצאו פולינומים $a(x), b(x)$ כך ש $\gcd(f(x), g(x)) = a(x)f(x) + b(x)g(x)$.