

תרגיל 1 אינפי 1 למדמ"ח

אינפיניטסימלים / להגשה עד 21.11, 23.11 או 24.11 בהתאם לתרגול

שימו לב!! לכל הסטודנטים - נא להגיש את התרגיל למתרגל בתרגול! אין הגשה בתאים!

בכל התרגיל H, K אינסופיים חיוביים ו ϵ, δ אינפיניטסימלים חיוביים.

1. הוכיחו את הטענות הבאות:

(א) $\frac{1}{H}$ הוא אינפיניטסימל.

(ב) אם ϵ, δ הם אינפיניטסימלים אז $\epsilon \cdot \delta$ הוא אינפיניטסימל.

(ג) אם H אינסופי ו b סופי חיובי שאינו אינפיניטסימל הוכיחו כי Hb אינסופי חיובי.

(ד) אם a, b מספרים סופיים אז ab סופי.

(ה) $\frac{H}{K}$ יכול לצאת אינפיניטסימל, מספר סופי שאינו אינפיניטסימל או מספר אינסופי.

2. קבעו עבור כל אחד מהמספרים הבאים אם הוא:

- אינפיניטסימלי.
- אינסופי.
- סופי שאינו אינפיניטסימל.
- לא ניתן לקבוע.

הוכיחו קביעתכם. (במקרה שלא ניתן לקבוע הדגימו שיכולים לצאת מצבים שונים)

(א) $\sqrt{H+1} - \sqrt{H}$

(ב) $\frac{H+4+\epsilon}{H^2+2\epsilon}$

(ג) $\frac{\sqrt{4+\epsilon}-2}{\epsilon}$

(ד) $H\epsilon$

(ה) $H(\sqrt{3+\frac{1}{H}} - \sqrt{3})$

(ו) $\frac{\sqrt{H}}{\sqrt{H+1} + \sqrt{H+2}}$

$$(x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2) \text{ (רמז): } \sqrt[3]{H} - \sqrt[3]{H+1} \text{ (ז) (ח)}$$

$$\frac{(3 + \epsilon)(4 + \delta) - 12}{\epsilon\delta} \text{ (ח)}$$

$$\text{(רמז): חלקו מונה ומכנה ב } H \text{ והפרידו למקרים) } \frac{H + K}{\sqrt{H^2 + K^2}} \text{ (ט)}$$

$$\frac{H + \sin H}{H - \cos H} \text{ (י)}$$

3. יהיו $a, b \in \mathbb{R}$. עבור אילו ערכי a, b המספר

$$\frac{aH^2 - 2H + 5}{bH^2 + H - 2}$$

הוא

(א) אינפיניטסימל.

(ב) אינסופי.

(ג) סופי אך לא אינפיניטסימל.

4. בכל אחד מהסעיפים הבאים סדרו את המספרים בסדר עולה, הוכיחו קביעותיכם.

$$4 + 6\epsilon^2, \quad -\frac{1}{8\epsilon}, \quad 0, \quad 4 + 2\epsilon, \quad 7 \text{ (א)}$$

$$7, \quad 0, \quad H^2 - H, \quad \frac{1}{3H}, \quad \frac{1}{5H^2}, \quad H - H^2 \text{ (ב)}$$

בהצלחה!