

## בחינה בקורס **חשבון אינפיניטסימלי 2** (88-133-05) – מועד ב'

אוניברסיטת בר-אילן, יום ד, כ"ה אלול תשע"ח (5.9.18)

**מרצה:** בועז צבאן.

**מתרגלים:** ניקול בלשוב, רחל גרינפלד.

**משך הבחינה:** שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו, פרט למחשבון פשוט.

### הנחיות

א. יש לענות על **3** מתוך **4** השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטיטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם מוכרחים, אפשר להמשיך תשובה בגב אותו דף. תשובה המשתרעת על יותר משני עמודים עלולה לקבל ניקוד חלקי.

ב. משקל כל שאלה הוא **32** נקודות. בשאלות עם יותר מסעיף אחד, הנקודות מתחלקות בשווה בין הסעיפים. **4** נקודות מוקצות עבור סדר ונקיון הבחינה.

ג. הקף בעיגול, בטבלה הבאה, את מספרי השאלות שעליהן ענית.

ניקוד (לשימוש הבודקים)	ארבע השאלות שבחרתי (להקיף בעיגול)
	<b>1</b>
	<b>2</b>
	<b>3</b>
	<b>4</b>
	<b>סדר ונקיון</b>
	<b>סה"כ</b>

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

**הבהרה.** גם אם הדבר לא מצויין במפורש בשאלות, עליך לנמק את כל תשובותיך.

**בהצלחה!**

## שאלה 1

נניח שבקטע  $[-\alpha, \alpha]$  מתקיים:

א.  $f$  גזירה מכל סדר.

ב.  $0 \rightarrow \frac{\alpha^n}{n!} f^{(n)}(x)$  במידה שווה.

הוכח:  $f(x) = \sum \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$  לכל נקודה  $x$  בקטע.

(רמז: היזכר בהוכחת משפט דומה, על תנאי מספיק להצגת פונקציה כסכום טור חזקות (פיתוח מקלורן)).

**תשובה:**

## שאלה 2

חשב את האינטגרלים הלא-מסויימים הבאים:

א.  $\int x^2 \cos(7x) dx$

ב.  $\int \frac{dx}{e^x - 1}$

ג.  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$

תשובה:

### שאלה 3

- א. הוכח שבתחום  $[-\frac{\pi}{2}, 0) \cup (0, \frac{\pi}{2}]$  מתקיים  $\frac{2}{\pi} \leq \frac{\sin x}{x} < 1$ .
- ב. הוכח שטור הפונקציות  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{x}{n}$  מתכנס במידה שווה בכל קטע סגור.
- ג. הוכח שהפונקציה  $f(x) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{x}{n}$  רציפה בכל הישר הממשי.

תשובה:

#### שאלה 4

א. הוכח: אם טור הפונקציות  $\sum |f_n(x)|$  מתכנס במידה שווה בקטע סגור, אז גם טור הפונקציות  $\sum f_n(x)$  מתכנס במידה שווה באותו קטע.

ב. מצא טור פונקציות  $\sum f_n(x)$  שמתכנס במידה שווה בקטע סגור, כך שהטור  $\sum |f_n(x)|$  אינו מתכנס במידה שווה באותו קטע סגור.

תשובה: