

בוחן בדידה להנדסה 83116

29.12.2014, ז' בטבת תשע"ה

מתרגלים:מר אלעד עטייה ומר אורן רימר

הנחיות:

- בחרו חמש מתוך שש שאלות.
- רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא.
- משך הבוחן: שעה וחצי.
- ללא חומר עזר וללא מחשבון.
- השאלות אינן מסודרות לפי רמת קושי, מומלץ להתחיל עם שאלות שאתם יודעים לפתור.
- מותר לקחת את טופס הבחינה

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

בהצלחה!

1. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

$$(A \times B = B \times A) \iff ((A = B) \vee (A = \phi) \vee (B = \phi)) \quad (\text{א})$$

$$A \cup (B \setminus A) = B \quad \text{אז } A \subseteq B \quad (\text{ב})$$

(ג) אם מספר האיברים ב A הוא n אז מספר האיברים ב $P(A) \setminus A$ הוא $2^n - n$.

2. הוכיחו: $1^{-2} + 2^{-2} + 3^{-2} + 4^{-2} + \dots + (n-1)^{-2} + n^{-2} = \sum_{k=1}^n k^{-2} \leq 2$.

(רמז: הוכיחו באינדוקציה $\sum_{k=1}^n k^{-2} \leq 2 - \frac{1}{n}$)

3. (א) תהי A קבוצה והיו R, S יחסי שקילות עליה. קבעו האם כל אחד מהיחסים

הבאים הוא יחס שקילות על A :

i. $R \cap S$.

ii. $((A \times A) \setminus R) \cup S$.

iii. $R \setminus S$.

(ב) אפיינו את היחס הבא (רפלקסיבי, טרנזיטיבי, סימטרי, אנטי-סימטרי (חלש))

$\mathbb{N} \times \mathbb{N} \supseteq R = \{(m, n) \mid 2 \mid mn\}$ (כלומר, שני מספרים מתייחסים זה לזה אם

מכפלתם זוגית)

4. הצרינו את המשפטים הבאים:

(א) הבוחן קשה אם ורק אם הסטודנט לא למד או המתרגלים לא יודעים לתרגל.

(ב) אם הצייד סר פנים ונסער, אז הוא יצא מהבית אלא אם הוא לא שלח חץ באחד

ואז הוא לא קם בחמש.

5. הוכיחו את השוויון:

$$A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$$

6. הוכיחו או הפריכו:

(א) $\neg \exists x \in \mathbb{R}. (\exists y \in \mathbb{R}. (x < y) \wedge (x^2 > y^2))$

(ב) $\forall x \in \mathbb{R}. (\forall y \in \mathbb{R}. \neg((x < y) \wedge (x^2 > y^2)))$